



**Bài tập tương tự**

- 2.1. Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và  $u_2 = 8$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
- A.  $q = 21$ .      B.  $q = \pm 4$ .  
 C.  $q = 4$ .      D.  $q = 2\sqrt{2}$ .
- 2.2. Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 1$  và  $u_4 = 64$ . Công bội  $q$  của  $(u_n)$  bằng
- A.  $q = 21$ .      B.  $q = \pm 4$ .  
 C.  $q = 4$ .      D.  $q = 2\sqrt{2}$ .
- 2.3. Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 5$  và  $u_2 = 8$ . Giá trị của  $u_4$  bằng
- A.  $\frac{512}{25}$ .      B.  $\frac{125}{512}$ .  
 C.  $\frac{625}{512}$ .      D.  $\frac{512}{125}$ .

**Bài tập mở rộng**

- 2.4. Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = \frac{1}{3}$  và  $u_8 = 26$ . Tìm công sai  $d$ .
- A.  $d = \frac{11}{3}$ .      B.  $d = \frac{10}{3}$ .  
 C.  $d = \frac{3}{10}$ .      D.  $d = \frac{3}{11}$ .
- 2.5. Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 11$  và công sai  $d = 4$ . Giá trị của  $u_{99}$  bằng
- A. 401.      B. 403.  
 C. 402.      D. 404.
- 2.6. Biết bốn số 5,  $x$ , 15,  $y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của  $3x + 2y$  bằng
- A. 50.      B. 70.  
 C. 30.      D. 80.
- 2.7. Cho ba số  $x$ , 5,  $2y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số  $x$ , 4,  $2y$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì  $|x - 2y|$  bằng
- A. 8.      B. 9.  
 C. 6.      D. 10.
- 2.8. Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa  $u_2 + u_8 + u_9 + u_{15} = 100$ . Tổng 16 số hạng đầu tiên bằng
- A. 100.      B. 200.  
 C. 400.      D. 300.

**Câu 3.** Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh  $\ell$  và bán kính đáy  $r$  bằng

- A.  $4\pi r\ell$ .      B.  $2\pi r\ell$ .      C.  $\pi r\ell$ .      D.  $\frac{1}{3}\pi r\ell$ .

**Lời giải tham khảo**

Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh  $\ell$  và bán kính đáy  $r$  bằng  $\pi r\ell$ . Chọn C.

**Bài tập tương tự**

- 3.1. Gọi  $\ell$ ,  $h$ ,  $R$  lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón. Công thức nào sau đây đúng về mối liên hệ giữa chúng ?
- A.  $h^2 = R^2 + \ell^2$ .      B.  $\ell^2 = h^2 + R^2$ .      C.  $R^2 = h^2 + \ell^2$ .      D.  $\ell^2 = hR$ .
- 3.2. Cho hình nón có bán kính đáy  $r = \sqrt{3}$  và độ dài đường sinh  $\ell = 4$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A.  $12\pi$ .      B.  $4\sqrt{3}\pi$ .  
C.  $\sqrt{39}\pi$ .      D.  $8\sqrt{3}\pi$ .
- 3.3. Cho hình nón có bán kính đáy  $4a$ , chiều cao  $3a$ . Tính diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình nón.
- A.  $S_{xq} = 24\pi a^2$ .      B.  $S_{xq} = 20\pi a^2$ .  
C.  $S_{xq} = 40\pi a^2$ .      D.  $S_{xq} = 12\pi a^2$ .

**Bài tập mở rộng**

- 3.4. Một khối cầu có thể tích bằng  $\frac{8\pi}{3}$  thì bán kính bằng
- A.  $\sqrt[2]{3}$ .      B.  $\sqrt[3]{2}$ .  
C. 2.      D. 3.
- 3.5. Cho khối cầu ( $S$ ) có thể tích bằng  $36\pi \text{ cm}^3$ . Diện tích mặt cầu ( $S$ ) bằng
- A.  $64\pi \text{ cm}^2$ .      B.  $18\pi \text{ cm}^2$ .  
C.  $36\pi \text{ cm}^2$ .      D.  $27\pi \text{ cm}^2$ .
- 3.6. Một hình trụ có bán kính đáy bằng  $r = 50\text{cm}$  và có chiều cao  $h = 50\text{cm}$ . Tính diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình trụ đó.
- A.  $S_{xq} = 2500\pi \text{ cm}^2$ .      B.  $S_{xq} = 5000\pi \text{ cm}^2$ .  
C.  $S_{xq} = 2500\text{cm}^2$ .      D.  $S_{xq} = 5000\text{cm}^2$ .
- 3.7. Tính thể tích  $V$  của khối trụ có bán kính đáy  $r = 4$  và chiều cao  $h = 4\sqrt{2}$ .
- A.  $V = 128\pi$ .      B.  $V = 64\sqrt{2}\pi$ .  
C.  $V = 32\pi$ .      D.  $V = 32\sqrt{2}\pi$ .
- 3.8. Cho khối nón ( $N$ ) có bán kính đáy là 3 và diện tích xung quanh là  $15\pi$ . Thể tích khối ( $N$ ) bằng
- A.  $12\pi$ .      B.  $20\pi$ .  
C.  $36\pi$ .      D.  $60\pi$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0    | -   | 0   | +         |
| $f(x)$  | $-\infty$ | 2    | 1   | 2   | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A.  $(1; +\infty)$ .      B.  $(-1; 0)$ .      C.  $(-1; 1)$ .      D.  $(0; 1)$ .

**Lời giải tham khảo**

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$ ,  $(0; 1)$ . **Chọn đáp án D.**

**Bài tập tương tự**

**4.1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình. Hàm số đồng biến trên khoảng

- A.  $(-2; +\infty)$ .
- B.  $(-2; 3)$ .
- C.  $(3; +\infty)$ .
- D.  $(-\infty; -2)$ .

|      |           |      |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $3$ | $+\infty$ |
| $y'$ | –         | 0    | +   | 0         |
| $y$  | $+\infty$ | 1    | 4   | $-\infty$ |

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có các đặc điểm sau:

- Khi  $x \rightarrow -\infty$ ,  $y \rightarrow +\infty$ .
- Tại  $x = -2$ ,  $y = 1$  là cực tiểu.
- Tại  $x = 3$ ,  $y = 4$  là cực đại.
- Tại  $x = 0$ ,  $y = 0$  là điểm giao với trục  $Ox$ .
- Khi  $x \rightarrow +\infty$ ,  $y \rightarrow -\infty$ .

**4.2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình. Khẳng định nào **sai**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; -1)$ .
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; 3)$ .
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

|      |      |      |     |     |
|------|------|------|-----|-----|
| $x$  | $-2$ | $-1$ | $1$ | $3$ |
| $y'$ | +    | 0    | –   |     |
| $y$  | 0    | 1    | -2  | 5   |

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có các đặc điểm sau:

- Khi  $x \rightarrow -2$ ,  $y \rightarrow +\infty$ .
- Tại  $x = -1$ ,  $y = 1$  là cực đại.
- Tại  $x = 1$ ,  $y = -2$  là cực tiểu.
- Tại  $x = 3$ ,  $y = 5$  là điểm giao với trục  $Ox$ .
- Khi  $x \rightarrow +\infty$ ,  $y \rightarrow +\infty$ .

**4.3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình. Khẳng định nào **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$ .
- C. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$ .
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $2$       | $+\infty$ |
| $y'$ | +         |           | +         |
| $y$  | 1         | $+\infty$ | -         |

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có các đặc điểm sau:

- Khi  $x \rightarrow -\infty$ ,  $y \rightarrow 1$ .
- Tại  $x = 2$ ,  $y = +\infty$  là điểm bất thường.
- Khi  $x \rightarrow +\infty$ ,  $y \rightarrow 1$ .

**Bài tập mở rộng**

**4.4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới. Mệnh đề nào **đúng**?

|      |           |      |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0    | –   | –   | +         |

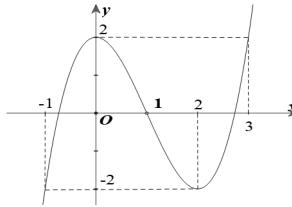
Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có các đặc điểm sau:

- Khi  $x \rightarrow -\infty$ ,  $y \rightarrow +\infty$ .
- Tại  $x = -1$ ,  $y = 0$  là điểm giao với trục  $Ox$ .
- Tại  $x = 0$ ,  $y = -$  là điểm giao với trục  $Ox$ .
- Tại  $x = 2$ ,  $y = 0$  là điểm giao với trục  $Ox$ .
- Khi  $x \rightarrow +\infty$ ,  $y \rightarrow +\infty$ .

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; -1)$ .
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; 3)$ .
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

**4.5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A.  $(0; 1)$ .
- B.  $(-\infty; 1)$ .
- C.  $(-1; 1)$ .
- D.  $(-1; 0)$ .



**4.6.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2$ . Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .
- B. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .
- C. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .
- D. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

**4.7.** Cho hàm số  $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 2020$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$ .
- B. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-1; 0)$ .

- C. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0;1)$ .  
D. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty;-1)$ .

4.8. Cho hàm số  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty;1) \cup (1;+\infty)$ .  
B. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .  
C. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty;1)$ ,  $(1;+\infty)$ .  
D. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến với  $x \neq 1$ .

Câu 5. Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng  
A. 216.                    B. 18.                    C. 36.                    D. 72.

## *Lời giải tham khảo*

Thể tích khối lập phương là  $V = 6^3 = 216$ . Chọn đáp án A.

## Bài tập tương tự

- 5.1. Thể tích khối lập phương có cạnh  $2a$  bằng  
A.  $8a^3$ .                      B.  $2a^3$ .  
C.  $a^3$ .                      D.  $6a^3$ .

5.2. Tổng diện tích các mặt của hình lập phương là  $96\text{cm}^2$ . Thể tích khối lập phương đó bằng  
A.  $48\text{cm}^3$ .                      B.  $64\text{cm}^3$ .  
C.  $91\text{cm}^3$ .                      D.  $84\text{cm}^3$ .

5.3. Thể tích của khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AC' = 3a$  bằng  
A.  $9a^3$ .                      B.  $\sqrt{3}a^3$ .  
C.  $3a^3$ .                      D.  $3\sqrt{3}a^3$ .

## Bài tập mở rộng

- 5.4. Tính thể tích  $V$  của khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 3$ ,  $AD = 4$  và  $AA' = 5$ .

A.  $V = 12$ .      B.  $V = 20$ .  
 C.  $V = 10$ .      D.  $V = 60$ .

5.5. Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$  và  $AA' = 4a$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

A.  $3a^3$ .      B.  $\sqrt{3}a^3$ .  
 C.  $\sqrt{2}a^3$ .      D.  $4a^3$ .

5.6. Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a\sqrt{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  theo  $a$ .

A.  $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{2}$ .      B.  $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{6}$ .  
 C.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .      D.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ .

5.7. Một khối gỗ có dạng là lăng trụ, biết diện tích đáy và chiều cao lần lượt là  $0,25m^2$  và  $1,2m$ . Mô hình khối gỗ này trị giá 5 triệu đồng. Hỏi khối gỗ đó có giá bao nhiêu tiền ?

- A. 750000 đồng.      B. 500000 đồng.  
 C. 1500000 đồng.      D. 3000000 đồng.
- 5.8.** Cho hình hộp đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình vuông, cạnh bên  $AA' = 3a$  và đường chéo  $AC' = 5a$ . Tính thể tích  $V$  của khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .
- A.  $V = a^3$ .      B.  $V = 24a^3$ .  
 C.  $V = 8a^3$ .      D.  $V = 4a^3$ .

**Câu 6.** Nghiệm của phương trình  $\log_3(2x - 1) = 2$  là

- A.  $x = 3$ .      B.  $x = 5$ .      C.  $x = \frac{9}{2}$ .      D.  $x = \frac{7}{2}$ .

**Lời giải tham khảo**

Điều kiện:  $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$ . Phương trình  $\log_3(2x - 1) = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 5$ . **Chọn B.**

**Bài tập tương tự**

**6.1.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(3x - 2) = 3$  là

- A.  $x = \frac{11}{3}$ .      B.  $x = \frac{10}{3}$ .  
 C.  $x = 3$ .      D.  $x = 2$ .

**6.2.** Nghiệm của phương trình  $\log(2x + 1) = 1$  là

- A.  $x = \frac{e+1}{2}$ .      B.  $x = \frac{e-1}{2}$ .  
 C.  $x = \frac{9}{2}$ .      D.  $x = \frac{11}{2}$ .

**6.3.** Nghiệm của phương trình  $\log_3(x - \sqrt{3})^3 = 3$  là

- A.  $x = 3 - \sqrt{3}$ .      B.  $x = 3 + \sqrt{3}$ .  
 C.  $x = 3$ .      D.  $x = 3\sqrt{3}$ .

**Bài tập mở rộng**

**6.4.** Các nghiệm của phương trình  $2^{x^2-9x+16} = 4$  là

- A.  $x = 2, x = 7$ .      B.  $x = 4, x = 5$ .  
 C.  $x = 1, x = 8$ .      D.  $x = 3, x = 6$ .

**6.5.** Nghiệm của phương trình  $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^{2x}$  là

- A.  $x = 1$ .      B.  $x = 4$ .  
 C.  $x = -\frac{1}{4}$ .      D.  $x = -\frac{1}{8}$ .

**6.6.** Tập nghiệm của phương trình  $\log_2(x^2 - 4x + 3) = \log_2(4x - 4)$  là

- A.  $S = \{1; 7\}$ .      B.  $S = \{7\}$ .  
 C.  $S = \{1\}$ .      D.  $S = \{3; 7\}$ .

**6.7.** Nghiệm của phương trình  $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$  là

- A.  $x = 24.$
- B.  $x = 36.$
- C.  $x = 45.$
- D.  $x = 64.$

- 6.8.** Phương trình  $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$  có bao nhiêu nghiệm thực ?
- A. 1.
  - B. 2.
  - C. 3.
  - D. 0.

**Câu 7.** Nếu  $\int_1^2 f(x)dx = -2$  và  $\int_2^3 f(x)dx = 1$  thì  $\int_1^3 f(x)dx$  bằng

- A.  $-3.$
- B.  $-1.$
- C.  $1.$
- D.  $3.$

#### Lời giải tham khảo

Ta có:  $\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = -2 + 1 = -1.$  Chọn đáp án B.

#### Bài tập tương tự

- 7.1.** Nếu  $\int_2^5 f(x)dx = 3$  và  $\int_5^7 f(x)dx = 9$  thì  $\int_2^7 f(x)dx$  bằng

- A. 3.
- B. 6.
- C. 12.
- D.  $-6.$

- 7.2.** Nếu  $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$  và  $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$  thì  $\int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx$  bằng

- A.  $\frac{5}{2}.$
- B.  $\frac{7}{2}.$
- C.  $\frac{11}{2}.$
- D.  $\frac{17}{2}.$

- 7.3.** Nếu  $\int_1^3 f(x)dx = 2016$  và  $\int_4^3 f(x)dx = 2017$  thì  $\int_1^4 f(x)dx$  bằng

- A. 4023.
- B. 1.
- C.  $-1.$
- D. 0.

#### Bài tập mở rộng

- 7.4.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $[-3; 5]$  thỏa  $f(-3) = 1$  và  $f(5) = 9.$  Tính  $I = \int_{-3}^5 4f'(x)dx.$

- A.  $I = 40.$
- B.  $I = 32.$
- C.  $I = 36.$
- D.  $I = 44.$

- 7.5.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm cấp 2 trên  $[2; 4]$  thỏa  $f'(2) = 1$  và  $f'(4) = 5.$  Tính  $I = \int_2^4 f''(x)dx.$

- A.  $I = 4.$
- B.  $I = 2.$
- C.  $I = 3.$
- D.  $I = 1.$

- 7.6.** Cho  $\int_0^6 f(x)dx = 12.$  Tính tích phân  $I = \int_0^2 f(3x)dx.$

- A.  $I = 6.$       B.  $I = 36.$

- C.  $I = 2.$       D.  $I = 4.$

7.7. Biết  $\int_1^2 f(3x - 1)dx = 20.$  Hãy tính tích phân  $I = \int_2^5 f(x)dx.$

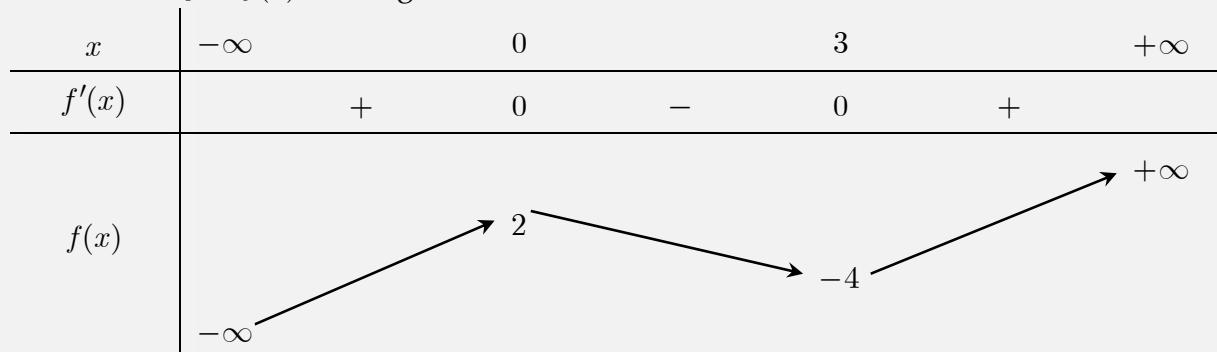
- A.  $I = 20.$       B.  $I = 40.$   
C.  $I = 10.$       D.  $I = 60.$

7.8. Giả sử hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0;1]$  thỏa mãn  $f(1) = 6,$   $\int_0^1 xf'(x)dx = 5.$

Tính  $I = \int_0^1 f(x)dx.$

- A.  $I = 1.$       B.  $I = -1.$   
C.  $I = 11.$       D.  $I = 3.$

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2.      B. 3.      C. 0.      D. -4.

#### Lời giải tham khảo

Từ bảng biến thiên, suy ra giá trị cực tiểu  $y_{CT} = -4.$  Chọn đáp án D.

#### Bài tập tương tự

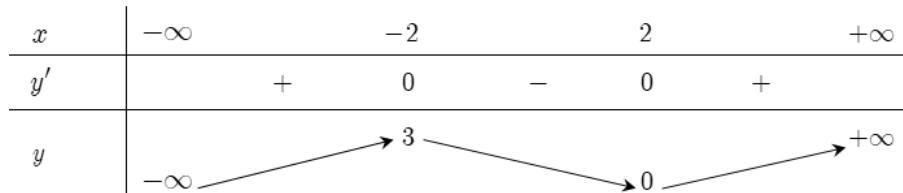
8.1. Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình dưới. Tìm giá trị cực đại  $y_{CD}$  và giá trị cực tiểu  $y_{CT}$  của hàm số đã cho.

A.  $y_{CD} = 3, y_{CT} = -2.$

B.  $y_{CD} = 2, y_{CT} = 0.$

C.  $y_{CD} = -2, y_{CT} = 2.$

D.  $y_{CD} = 3, y_{CT} = 0.$



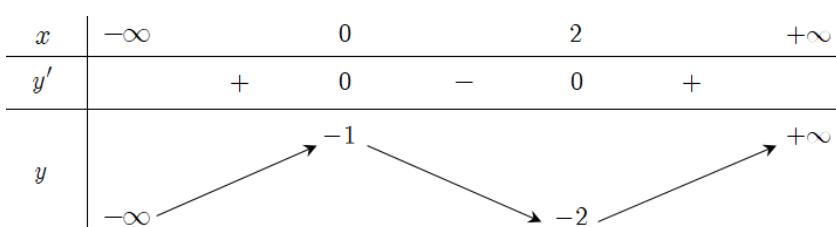
8.2. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên bên dưới. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

A.  $x = 0.$

B.  $x = -1.$

C.  $x = 2.$

D.  $x = -2.$



- 8.3. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

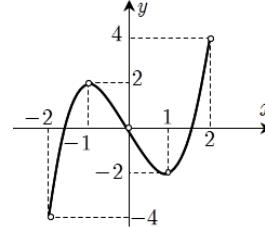
- A. -2.
- B. 2.
- C. -4.
- D. 4.

|      |           |    |           |   |           |
|------|-----------|----|-----------|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | -2 | 0         | 2 | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0  | -         | - | 0         |
| $y$  | $-\infty$ | -4 | $-\infty$ | 4 | $+\infty$ |

### Bài tập mở rộng

- 8.4. Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên đoạn  $[-2; 2]$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại điểm

- A.  $x = -2$ .
- B.  $x = -1$ .
- C.  $x = 1$ .
- D.  $x = 2$ .



- 8.5. Tìm điểm cực đại của đồ thị hàm số  $f(x) = x^3 - 3x + 2$ .

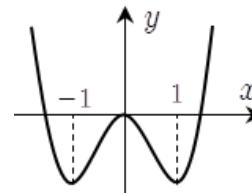
- A.  $M(-1; 4)$ .
- B.  $x = -1$ .
- C.  $N(1; 0)$ .
- D.  $x = 1$ .

- 8.6. Tìm điểm cực đại của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ .

- A.  $(-1; 1)$ .
- B.  $x = -1$ .
- C.  $(0; 2)$ .
- D.  $x = 0$ .

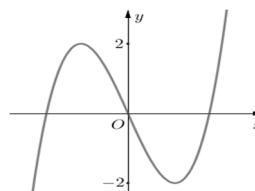
- 8.7. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình. Đồ thị hàm số  $y = |f(x)|$  có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 2.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 5.



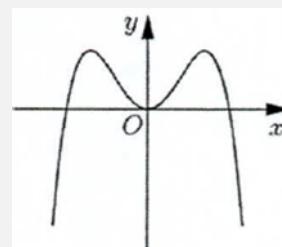
- 8.8. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình. Đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 2.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 5.



- Câu 9.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?

- A.  $y = -x^4 + 2x^2$ .
- B.  $y = x^4 - 2x^2$ .
- C.  $y = x^3 - 3x^2$ .
- D.  $y = -x^3 + 3x^2$ .



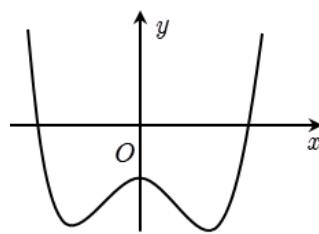
### Lời giải tham khảo

Từ đồ thị, suy ra đó là hàm số bậc bốn trùng phương có  $a < 0$ . Chọn đáp án B.

### Bài tập tương tự

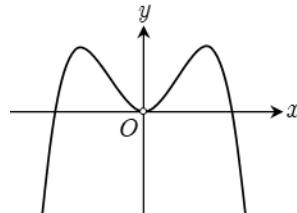
- 9.1. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?

- A.  $y = -x^3 + x^2 - 1$ .  
 B.  $y = x^4 - x^2 - 1$ .  
 C.  $y = x^3 - x^2 - 1$ .  
 D.  $y = -x^4 + x^2 - 1$ .



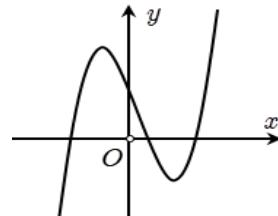
9.2. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?

- A.  $y = x^4 - 2x^2$ .  
 B.  $y = x^4 + 2x^2$ .  
 C.  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ .  
 D.  $y = -x^4 + 2x^2$ .



9.3. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?

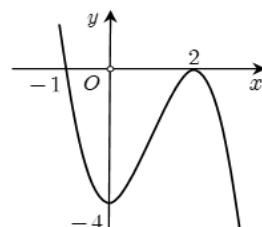
- A.  $y = x^3 - 3x - 1$ .  
 B.  $y = -x^3 + 3x + 1$ .  
 C.  $y = x^4 - x^2 + 1$ .  
 D.  $y = x^3 - 3x + 1$ .



#### Bài tập mở rộng

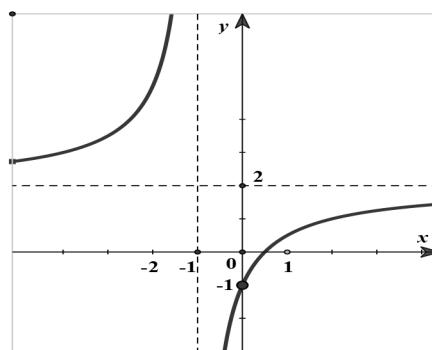
9.4. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?

- A.  $y = -x^3 - 4$ .  
 B.  $y = x^3 - 3x^2 - 4$ .  
 C.  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ .  
 D.  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ .



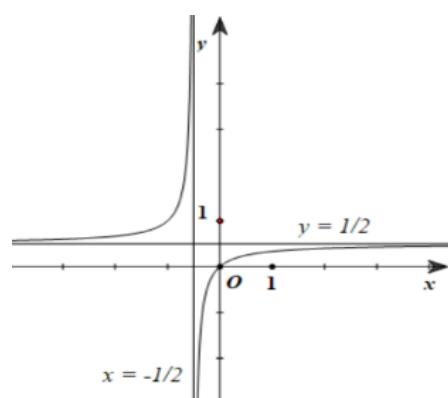
9.5. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?

- A.  $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ .  
 B.  $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ .  
 C.  $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ .  
 D.  $y = \frac{1 - 2x}{x - 1}$ .



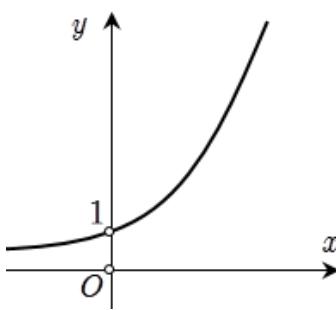
9.6. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?

- A.  $y = \frac{x + 1}{2x + 1}$ .  
 B.  $y = \frac{x}{2x + 1}$ .  
 C.  $y = \frac{x - 1}{2x + 1}$ .  
 D.  $y = \frac{x + 3}{2x + 1}$ .



**9.7.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?

A.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .



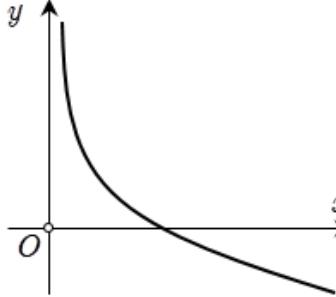
B.  $y = \log_3 x$ .

C.  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ .

D.  $y = 2^x$ .

**9.8.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?

A.  $y = 2^x$ .



B.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

C.  $y = \log_2 x$ .

D.  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ .

**Câu 10.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2(a^2)$  bằng

A.  $2 + \log_2 a$ .

B.  $\frac{1}{2} + \log_2 a$ .

C.  $2 \log_2 a$ .

D.  $\frac{1}{2} \log_2 a$ .

#### Lời giải tham khảo

Ta có  $\log_2(a^2) = 2 \log_2 a$ . **Chọn đáp án C.**

#### Bài tập tương tự

**10.1.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2\left(\frac{a^2}{4}\right)$  bằng

A.  $2(\log_2 a + 1)$ .

B.  $2(1 - \log_2 a)$ .

C.  $2(\log_2 a - 1)$ .

D.  $2 \log_2 a - 1$ .

**10.2.** Với  $a$  và  $b$  là hai số thực dương và  $a \neq 1$ , thì  $\log_{a^2} b^6 - \log_a b^2$  bằng

A.  $\log_a b$ .

B.  $\log_b a$ .

C. 1.

D. 0.

**10.3.** Với các số thực dương  $a$ ,  $b$  và  $a \neq 1$ , thì  $\log_{a^2}(ab)$  bằng

A.  $\frac{1}{2} \log_a b$ .

B.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$ .

C.  $2 + 2 \log_a b$ .

D.  $\log_{a^2} a \cdot \log_{a^2} b$ .

#### Bài tập mở rộng

**10.4.** Với  $a$  và  $b$  là hai số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ , thì  $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{b})$  bằng

A.  $\frac{1}{2} + \log_a b$ .

B.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$ .

C.  $2 + \log_a b$ .

D.  $2 + 2 \log_a b$ .

**10.5.** Với  $a$  là số thực dương khác 1, thì  $\sqrt{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^4}}$  bằng

- A.  $a^{\frac{5}{3}}$ .      B.  $a^{\frac{7}{3}}$ .  
 C.  $a^{\frac{7}{4}}$ .      D.  $a^{\frac{11}{6}}$ .

**10.6.** Với  $a$  là số thực dương khác 0, thì  $\frac{(a^3)^4}{a^2 \cdot a^{\frac{3}{2}}}$  bằng

- A.  $a^9$ .      B.  $a^{\frac{17}{2}}$ .  
 C.  $a^{\frac{23}{2}}$ .      D.  $a^{\frac{7}{2}}$ .

**10.7.** Cho  $a, b > 0$  thỏa  $a^2 = b$ ,  $a \neq 1$  thì  $\log_{\sqrt[3]{a}} b^3$  bằng

- A.  $\frac{9}{2}$ .      B.  $\frac{1}{2}$ .  
 C. 18.      D.  $\frac{2}{3}$ .

**10.8.** Giả sử  $\log_a x = -1$  và  $\log_a y = 4$  thì  $\log_a (x^2 y^3)$  bằng

- A. 3.  
 B. 10.  
 C. -14.  
 D. 65.

**Câu 11.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos x + 6x$  là

- A.  $\sin x + 3x^2 + C$ .      B.  $-\sin x + 3x^2 + C$ .      C.  $\sin x + 6x^2 + C$ .      D.  $-\sin x + C$ .

#### *Lời giải tham khảo*

Ta có:  $F(x) = \int f(x)dx = \int (\cos x + 6x)dx = \sin x + 3x^2 + C$ . **Chọn đáp án A.**

#### *Bài tập tương tự*

**11.1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + x$  là

- A.  $e^x + x^2 + C$ .      B.  $e^x + 1 + C$ .      C.  $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ .      D.  $\frac{e^x}{x+1} + \frac{x^2}{2} + C$ .

**11.2.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x + 2^x$  là

- A.  $1 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ .      B.  $\frac{x^2}{2} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ .      C.  $\frac{x^2}{2} + 2^x \ln 2 + C$ .      D.  $\frac{x^2}{2} + 2^x + C$ .

**11.3.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x + \cos x$  là

- A.  $\sin x - \cos x + C$ .      B.  $\sin x + \cos x + C$ .      C.  $-\cos x - \sin x + C$ .      D.  $\sin 2x + C$ .

#### *Bài tập mở rộng*

**11.4.** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x+2}$  thỏa mãn  $F(-3) = 1$ . Tính  $F(0)$ .

- A.  $F(0) = \ln 2 + 1$ .      B.  $F(0) = \ln 2 - 1$ .  
 C.  $F(0) = \ln 2$ .      D.  $F(0) = \ln 2 - 3$ .

11.5. Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  thỏa  $F(0) = \frac{3}{2}$ . Tìm  $F(x)$ .

- A.  $e^x + x^2 + \frac{5}{2}$ .      B.  $2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$ .  
 C.  $e^x + x^2 + \frac{1}{2}$ .      D.  $e^x + x^2 + \frac{3}{2}$ .

11.6. Một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sin x + \frac{1}{\cos^2 x}$  thỏa  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$  là

- A.  $-\cos x + \tan x + C$ .  
 B.  $-\cos x + \tan x - \sqrt{2} + 1$ .  
 C.  $\cos x + \tan x + \sqrt{2} - 1$ .  
 D.  $-\cos x + \tan x + \sqrt{2} - 1$ .

11.7. Cho hàm số  $f(x) = 2x + \sin x + 2 \cos x$ . Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x)$  thỏa  $F(0) = 1$ .

- A.  $x^2 + \cos x + 2 \sin x - 2$ .  
 B.  $2 + \cos x + 2 \sin x$ .  
 C.  $x^2 - \cos x + 2 \sin x$ .  
 D.  $x^2 - \cos x + 2 \sin x + 2$ .

11.8. Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 1 - 4 \sin 2x$  và  $f(0) = 10$ . Giá trị của  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$  bằng

- A.  $\frac{\pi}{4} + 10$ .      B.  $\frac{\pi}{4} + 12$ .  
 C.  $\frac{\pi}{4} + 6$ .      D.  $\frac{\pi}{4} + 8$ .

**Câu 12.** Môđun của số phức  $1 + 2i$  bằng

- A. 5.      B.  $\sqrt{3}$ .      C.  $\sqrt{5}$ .      D. 3.

### Lời giải tham khảo

Ta có  $|1 + 2i| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ . Chọn đáp án C.

### Bài tập tương tự

12.1. Môđun của số phức  $2 + i$  bằng

- A. 3.      B. 5.      C. 2.      D.  $\sqrt{5}$ .

12.2. Tính môđun của số phức  $z$  thỏa mãn  $z(2 - i) + 13i = 1$ .

- A.  $|z| = \sqrt{34}$ .      B.  $|z| = 34$ .  
 C.  $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$ .      D.  $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$ .

12.3. Cho hai số phức  $z_1 = 1 + i$  và  $z_2 = 2 - 3i$ . Môđun của số phức  $z_1 + z_2$  bằng

- A.  $\sqrt{13}$ .      B.  $\sqrt{5}$ .  
 C. 1.      D. 5.

**Bài tập mở rộng**

12.4. Tìm số phức liên hợp của số phức  $z = i(3i + 1)$ .

- A.  $\bar{z} = 3 - i$ .      B.  $\bar{z} = -3 + i$ .  
C.  $\bar{z} = 3 + i$ .      D.  $\bar{z} = -3 - i$ .

12.5. Cho các số phức  $z_1 = 2 - 3i$  và  $z_2 = 1 + 4i$ . Tìm số phức liên hợp với số phức  $z_1 z_2$ .

- A.  $-14 - 5i$ .      B.  $-10 - 5i$ .  
C.  $-10 + 5i$ .      D.  $14 - 5i$ .

12.6. Cho hai số phức  $z_1 = 1 - 3i$  và  $z_2 = -2 - 5i$ . Tìm phần ảo  $b$  của số phức  $z = z_1 - z_2$ .

- A.  $b = -2$ .      B.  $b = 2$ .  
C.  $b = 3$ .      D.  $b = -3$ .

12.7. Cho số phức  $z = 3 + 2i$ . Tìm phần thực của số phức  $z^2$ .

- A. 9.      B. 12.  
C. 5.      D. 13.

12.8. Cho số phức  $z = 2 - i$ . Trên mặt phẳng tọa độ, tìm điểm biểu diễn số phức  $w = iz$ .

- A.  $M(-1; 2)$ .      B.  $N(2; -1)$ .  
C.  $P(2; 1)$ .      D.  $Q(1; 2)$ .

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; -2; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là

- A.  $(2; 0; 1)$ .      B.  $(2; -2; 0)$ .      C.  $(0; -2; 1)$ .      D.  $(0; 0; 1)$ .

**Lời giải tham khảo**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; -2; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là  $(2; -2; 0)$ .

**Chọn đáp án B.**

**Bài tập tương tự**

13.1. Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(3; -1; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là

- A.  $M(3; 0; 0)$ .      B.  $N(0; -1; 1)$ .  
C.  $P(0; -1; 0)$ .      D.  $Q(0; 0; 1)$ .

13.2. Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(3; -1; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oxz)$  là  $A'(x; y; z)$ . Khi đó  $x - y - z$  bằng

- A.  $-4$ .      B.  $2$ .  
C.  $4$ .      D.  $3$ .

13.3. Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tọa độ điểm  $H$  là hình chiếu của  $M(4; 5; 6)$  lên trục  $Ox$ .

- A.  $H(0; 5; 6)$ .      B.  $H(4; 5; 0)$ .  
C.  $H(4; 0; 0)$ .      D.  $H(0; 0; 6)$ .

**Bài tập mở rộng**

13.4. Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tọa độ điểm  $H$  là hình chiếu của  $M(1; -1; 2)$  lên trục  $Oy$ .

- A.  $H(0; -1; 0)$ .      B.  $H(1; 0; 0)$ .  
C.  $H(0; 0; 2)$ .      D.  $H(0; 1; 0)$ .

13.5. Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tọa độ điểm  $H$  là hình chiếu của  $M(1; 2; -4)$  lên trục  $Oz$ .

- A.  $H(0;2;0)$ .
- B.  $H(1;0;0)$ .
- C.  $H(0;0;-4)$ .
- D.  $H(1;2;-4)$ .

**13.6.** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tọa độ điểm  $M'$  là điểm đối xứng của  $M(3;2;1)$  qua trục  $Ox$ .

- A.  $M'(3;-2;-1)$ .
- B.  $M'(-3;2;1)$ .
- C.  $M'(-3;-2;-1)$ .
- D.  $M'(3;-2;1)$ .

**13.7.** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm điểm  $M'$  là điểm đối xứng của  $M(1;2;5)$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$ .

- A.  $M'(-1;-2;5)$ .
- B.  $M'(1;2;0)$ .
- C.  $M'(1;-2;5)$ .
- D.  $M'(1;2;-5)$ .

**13.8.** Tính khoảng cách  $d$  từ điểm  $M(1;-2;-3)$  đến mặt phẳng  $(Oxz)$ .

- A.  $d = 1$ .
- B.  $d = 2$ .
- C.  $d = 3$ .
- D.  $d = 4$ .

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(-1;-2;-3)$ .
- B.  $(1;2;3)$ .
- C.  $(-1;2;-3)$ .
- D.  $(1;-2;3)$ .

#### Lời giải tham khảo

Từ phương trình mặt cầu dạng 1, suy ra tâm  $I(1;-2;3)$ . **Chọn đáp án D.**

#### Bài tập tương tự

**14.1.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$ . Tìm tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$ .

- A.  $I(-1;2;1), R = 3$ .
- B.  $I(1;-2;-1), R = 3$ .
- C.  $I(-1;2;1), R = 9$ .
- D.  $I(1;-2;-1), R = 9$ .

**14.2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z - 16 = 0$ . Tìm tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$ .

- A.  $I(-2;-1;2), R = 5$ .
- B.  $I(-2;-1;2), R = 5$ .
- C.  $I(2;1;-2), R = 5$ .
- D.  $I(4;2;-4), R = 13$ .

**14.3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z + 2 = 0$ . Độ dài đường kính của mặt cầu  $(S)$  bằng

- A.  $2\sqrt{3}$ .
- B.  $\sqrt{3}$ .
- C. 2.
- D. 1.

#### Bài tập mở rộng

**14.4.** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tất cả các tham số  $m$  để  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - m = 0$  là một phương trình mặt cầu.

- A.  $m > 5$ .
- B.  $m \geq -5$ .
- C.  $m \leq 5$ .
- D.  $m > -5$ .

**14.5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - m = 0$  có bán kính  $R = 5$ . Giá trị của tham số  $m$  bằng

- A.  $-16$ .
- B.  $16$ .
- C.  $4$ .
- D.  $-4$ .

- 14.6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$ :  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 2mz + 6m = 0$  có đường kính bằng 12 thì tổng các giá trị của tham số  $m$  bằng
- A.  $-2$ .      B.  $2$ .  
 C.  $-6$ .      D.  $6$ .
- 14.7.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1; 2; 0)$ , bán kính  $R = 3$  là
- A.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$ .      B.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$ .  
 C.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$ .      D.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = \sqrt{3}$ .
- 14.8.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -3; 2)$  và qua điểm  $A(5; -1; 4)$  là
- A.  $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{24}$ .      B.  $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{24}$ .  
 C.  $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 24$ .      D.  $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 24$ .

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha)$ :  $3x + 2y - 4z + 1 = 0$ . Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của  $(\alpha)$  ?

A.  $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$ .      B.  $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$ .      C.  $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$ .      D.  $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$ .

#### Lời giải tham khảo

Mặt phẳng  $(\alpha)$ :  $3x + 2y - 4z + 1 = 0$  có một véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (3; 2; -4)$ . Chọn đáp án D.

#### Bài tập tương tự

- 15.1.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$ :  $3x - z + 2 = 0$ . Véc-tơ nào là một véc-tơ pháp tuyến của  $(P)$  ?
- A.  $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$ .      B.  $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$ .      C.  $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$ .      D.  $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$ .
- 15.2.** Trong không gian  $Oxyz$ , véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của  $(P)$ . Biết  $\vec{u} = (1; -2; 0)$ ,  $\vec{v} = (0; 2; -1)$  là cặp véc-tơ chỉ phương của  $(P)$ .
- A.  $\vec{n} = (1; 2; 0)$ .      B.  $\vec{n} = (2; 1; 2)$ .  
 C.  $\vec{n} = (0; 1; 2)$ .      D.  $\vec{n} = (2; -1; 2)$ .
- 15.3.** Trong không gian  $Oxyz$ , một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với đường thẳng  $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$  là
- A.  $\vec{n} = (2; 1; -1)$ .      B.  $\vec{n}_2 = (1; -3; 0)$ .      C.  $\vec{n}_3 = (2; -1; 1)$ .      D.  $\vec{n}_4 = (-1; 3; 0)$ .

#### Bài tập mở rộng

- 15.4.** Trong không gian  $Oxyz$ , một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng  $d : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$  là
- A.  $\vec{u} = (-1; 2; 1)$ .      B.  $\vec{u} = (2; 1; 0)$ .      C.  $\vec{u} = (-1; 2; 0)$ .      D.  $\vec{u} = (2; 1; 1)$ .

- 15.5.** Trong không gian  $Oxyz$ , một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng  $d : \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 1 - 2t \end{cases}$  là
- A.  $\vec{u} = (1; 0; -2)$ .      B.  $\vec{u} = (1; 2; 0)$ .      C.  $\vec{u} = (-1; 2; 0)$ .      D.  $\vec{u} = (1; 2; -2)$ .

- 15.6.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $M_1$ ,  $M_2$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M(2; 5; 4)$  lên trục  $Ox$  và mặt phẳng  $(Oyz)$ . Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng  $M_1M_2$ .

- A.  $\vec{u}_3 = (2; 0; 4)$ .      B.  $\vec{u}_2 = (-2; 5; 4)$ .
- C.  $\vec{u}_4 = (0; -3; 4)$ .      D.  $\vec{u}_1 = (-2; 0; 4)$ .

- 15.7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  là giao tuyến của 2 mặt phẳng  $(P) : x + y - 1 = 0$  và mặt phẳng  $(Q) : x - 2y + z - 3 = 0$ . Đường thẳng  $d$  có một vectơ chỉ phương là
- A.  $\vec{u} = (1; 1; 0)$ .      B.  $\vec{u} = (1; -2; 1)$ .
  - C.  $\vec{u} = (1; 1; -3)$ .      D.  $\vec{u} = (1; -1; -3)$ .

- 15.8.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $M_1, M_2$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M(1; 2; 3)$  lên các trục  $Ox, Oy$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $M_1M_2$ .
- A.  $\vec{u}_2 = (1; 2; 0)$ .      B.  $\vec{u}_3 = (1; 0; 0)$ .
  - C.  $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$ .      D.  $\vec{u}_1 = (0; 2; 0)$ .

**Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào thuộc đường thẳng  $d : \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$  ?

- A.  $P(-1; 2; 1)$ .      B.  $Q(1; -2; -1)$ .      C.  $N(-1; 3; 2)$ .      D.  $M(1; 2; 1)$ .

#### Lời giải tham khảo

Nếu  $P(-1; 2; 1) \in d : \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3} \Leftrightarrow \frac{0}{-1} = \frac{0}{3} = \frac{0}{1}$  : đúng. **Chọn đáp án A.**

#### Bài tập tương tự

- 16.1.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d : \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$ . Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng  $d$ .
- A.  $Q(1; 0; 2)$ .      B.  $N(1; -2; 0)$ .
  - C.  $P(1; -1; 3)$ .      D.  $M(-1; 2; 0)$ .

- 16.2.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$  đi qua điểm nào ?

- A.  $M(-1; 2; 3)$ .      B.  $N(3; 2; 1)$ .
- C.  $P(1; 2; 3)$ .      D.  $Q(0; 0; 0)$ .

- 16.3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta : \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{3}$  đi qua điểm  $M(2; m; n)$ . Giá trị  $m + n$  bằng
- A.  $-1$ .      B.  $7$ .
  - C.  $3$ .      D.  $1$ .

#### Bài tập mở rộng

- 16.4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : x - 2y + z = 5$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $(P)$ .
- A.  $Q(2; -1; 5)$ .      B.  $P(0; 0; -5)$ .
  - C.  $N(-5; 0; 0)$ .      D.  $M(1; 1; 6)$ .

- 16.5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(m; 1; 6)$  và mặt phẳng  $(P) : x - 2y + z - 5 = 0$ . Điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(P)$  khi giá trị của  $m$  bằng

- A.  $m = 1$ .
- B.  $m = -1$ .
- C.  $m = 3$ .
- D.  $m = 2$ .

**16.6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$  và điểm  $M(1; 1; 1)$ .  
Tìm khẳng định **đúng**?

- A.  $M$  nằm bên ngoài  $(S)$ .
- B.  $M$  nằm bên trong  $(S)$ .
- C.  $M$  thuộc mặt cầu  $(S)$ .
- D. Đường kính bằng 5.

**16.7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 6$  và điểm  $M(2; 2; 4)$ .  
Tìm khẳng định **đúng**?

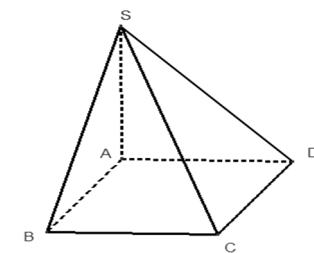
- A. Điểm  $M$  nằm bên ngoài  $(S)$ .
- B. Điểm  $M$  nằm bên trong  $(S)$ .
- C. Điểm  $M$  thuộc mặt cầu  $(S)$ .
- D. Đường kính bằng 6.

**16.8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 0; 2)$ , mặt cầu  $(S) : (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 3$ .  
Gọi  $d_1$  là khoảng cách ngắn nhất từ  $A$  đến một điểm thuộc  $(S)$  và  $d_2$  là khoảng cách dài nhất  
từ điểm  $A$  đến một điểm thuộc  $(S)$ . Giá trị của  $d_1 + d_2$  bằng

- A.  $4\sqrt{3}$ .
- B.  $2\sqrt{3}$ .
- C.  $6\sqrt{3}$ .
- D.  $8\sqrt{3}$ .

**Câu 17.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a\sqrt{3}$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  
đáy và  $SA = a\sqrt{2}$  (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

- A.  $45^\circ$ .
- B.  $30^\circ$ .
- C.  $60^\circ$ .
- D.  $90^\circ$ .

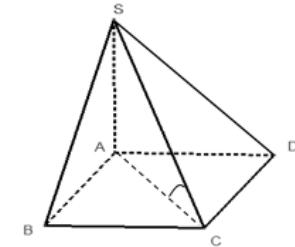


#### Lời giải tham khảo

Ta có:  $\begin{cases} SC \cap (ABCD) = C \\ SA \perp (ABCD) \text{ tại } A \end{cases} \Rightarrow CA \text{ là hình chiếu của } SC \text{ lên } (ABCD)$ .

$$\Rightarrow \widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA}.$$

Trong  $\Delta SAC$  vuông tại  $A$  có  $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ$ .

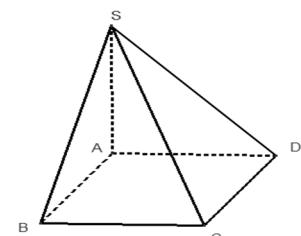


**Chọn đáp án B.**

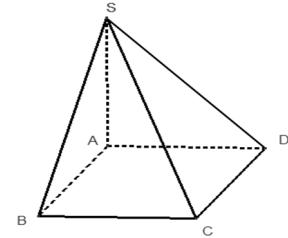
#### Bài tập tương tự

**17.1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt  
đáy và  $SA = a\sqrt{2}$  (minh họa như hình bên). Số đo góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  
 $(SAB)$  bằng

- A.  $45^\circ$ .
- B.  $30^\circ$ .
- C.  $60^\circ$ .
- D.  $90^\circ$ .

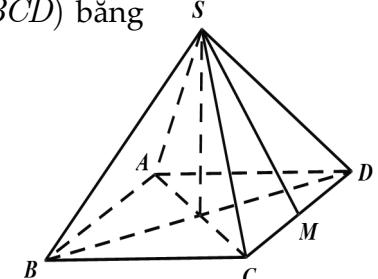


- 17.2. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a\sqrt{2}$ ,  $AD = a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a$  (xem hình vẽ). Góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$  bằng
- $45^\circ$ .
  - $30^\circ$ .
  - $60^\circ$ .
  - $90^\circ$ .



- 17.3. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $AD = a$ ,  $AB = 2a$  và  $SB = a\sqrt{5}$ . Mặt bên  $SAD$  là tam giác đều (hình vẽ). Tan góc giữa đường  $SB$  và  $(ABCD)$  bằng

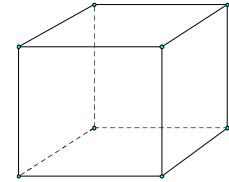
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- $\frac{\sqrt{51}}{17}$ .
- $\frac{2\sqrt{15}}{5}$ .
- $\sqrt{5}$ .



Bài tập mở rộng

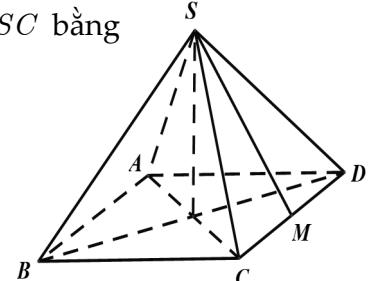
- 17.4. Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $BA'$  và  $CD$  bằng

- $90^\circ$ .
- $30^\circ$ .
- $60^\circ$ .
- $45^\circ$ .



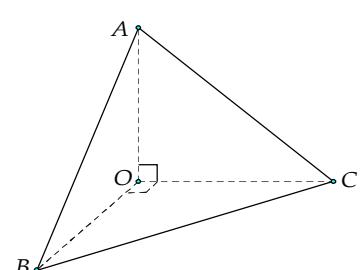
- 17.5. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = 2a$ ,  $BC = a$ . Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng  $a\sqrt{2}$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$  bằng

- $45^\circ$ .
- $30^\circ$ .
- $60^\circ$ .
- $\arctan 2$ .



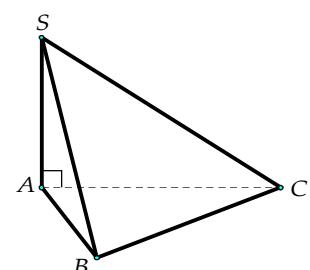
- 17.6. Cho tứ diện  $OABC$  có  $OAOB$ ,  $OC$  đôi một vuông góc và có  $OB = OC = a\sqrt{6}$ ,  $OA = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(OBC)$  bằng

- $60^\circ$ .
- $30^\circ$ .
- $45^\circ$ .
- $90^\circ$ .



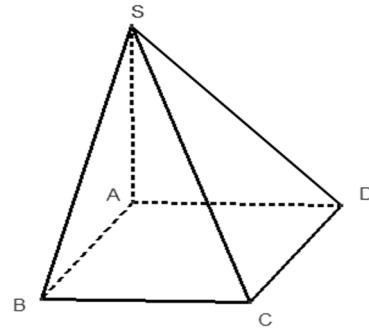
- 17.7. Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$  và  $AB = a\sqrt{2}$ . Biết  $SA \perp (ABC)$  và  $SA = a$  (tham khảo hình). Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng

- $30^\circ$ .
- $45^\circ$ .
- $60^\circ$ .
- $90^\circ$ .



- 17.8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{2}$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- A.  $a\sqrt{3}$ .
- B.  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .
- C.  $2a$ .
- D.  $\frac{a\sqrt{7}}{3}$ .



- Câu 18.** Cho hàm số  $f(x)$ , có bảng xét dấu như sau:

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0    | -   | 0   | +         |

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0.
- B. 2.
- C. 1.
- D. 3.

#### Lời giải tham khảo

Từ bảng biến thiên, suy ra  $f'(x)$  đổi dấu khi qua  $x = -1$  và  $x = 1$  nên hàm số  $f(x)$  có hai điểm cực trị. **Chọn đáp án B.**

#### Bài tập tương tự

- 18.1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  với bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | -         | 0    | +   | 0   | -         |

Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2.
- B. 1.
- C. 3.
- D. 0.

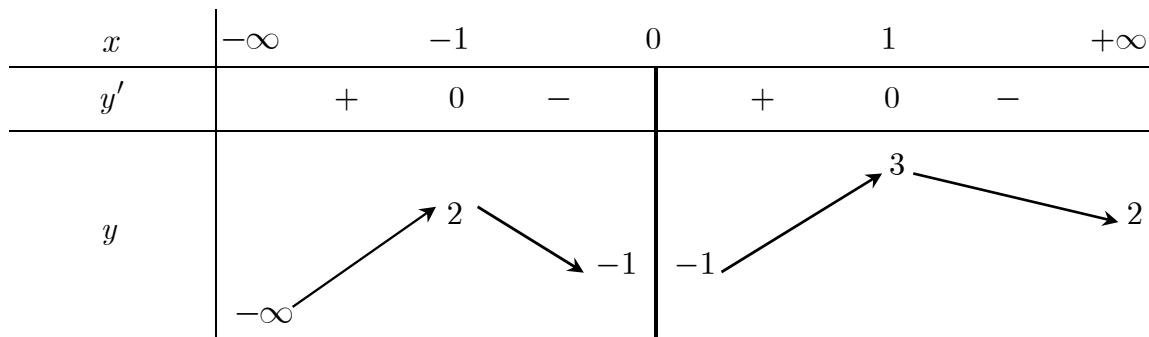
- 18.2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $1$ | $5$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0    | -   | 0   | +         |

Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số có 2 điểm cực trị.
- B. Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x = -2$ .
- C. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .
- D. Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực tiểu tại  $x = 5$ .

- 18.3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên:



Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. Có một điểm.
- B. Có hai điểm.
- C. Có ba điểm.
- D. Có bốn điểm.

**Bài tập mở rộng**

**18.4.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. Hàm số  $y = \frac{x-1}{x+2}$  có một điểm cực trị.
- B. Hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 3$  có ba điểm cực trị.
- C. Hàm số  $y = -x^4 - 2x^2 + 3$  có ba điểm cực trị.
- D. Hàm số  $y = x^3 + 3x - 4$  có hai điểm cực trị.

**18.5.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = x^2(x-1)(x+2)^3$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

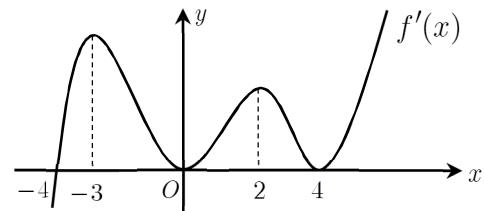
- A.  $x = -2$ .
- B.  $x = 0$ .
- C.  $x = 1$ .
- D.  $x = -3$ .

**18.6.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = (e^x - 1)(x^2 - x - 2)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

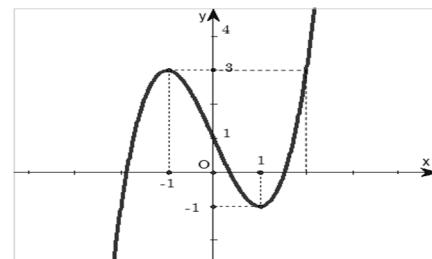
**18.7.** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị  $f'(x)$  của nó trên khoảng  $K$  như hình vẽ. Khi đó trên  $K$ , hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.



**18.8.** Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số  $y = f(x) - 3x + 2020$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.



**Câu 19.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$  trên đoạn  $[-1; 2]$  bằng

- A. 1.
- B. 37.
- C. 33.
- D. 12.

**Lời giải tham khảo**

Ta có  $f'(x) = -4x^3 + 24x$ ,  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 24x = 0 \Leftrightarrow x = 0$  (nhận) hoặc  $x = \pm\sqrt{6}$  (loại).

Mà  $f(-1) = 12$ ,  $f(2) = 33$ ,  $f(0) = 1 \Rightarrow \max_{[-1; 2]} f(x) = 33$ . **Chọn đáp án C.**

**Bài tập tương tự**

**19.1.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 1$  trên đoạn  $[0; 2]$  bằng

- A.  $-\frac{1}{3}$ .
- B.  $\frac{7}{3}$ .
- C. 0.
- D. -1.

**19.2.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = \frac{3x-1}{x-3}$  trên đoạn  $[0;2]$  bằng

- A.  $-\frac{1}{3}$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .  
 C.  $-5$ .      D.  $5$ .

**19.3.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x}$  bằng

- A. 1.      B. 0.  
 C.  $\sqrt{3}$ .      D. 2.

**Bài tập mở rộng**

**19.4.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \cos^3 x + 2\sin^2 x + \cos x$  bằng

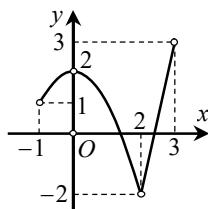
- A.  $\frac{58}{27}$ .      B. 3.  
 C. 2.      D.  $-2$ .

**19.5.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x-m^2}{x+1}$  trên đoạn  $[0;1]$  bằng

- A.  $\frac{1+m^2}{2}$ .      B.  $-m^2$ .  
 C.  $\frac{1-m^2}{2}$ .      D.  $\frac{m^2-1}{2}$ .

**19.6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1;3]$  và có đồ thị như hình bên. Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-1;3]$ . Giá trị của  $M - m$  bằng

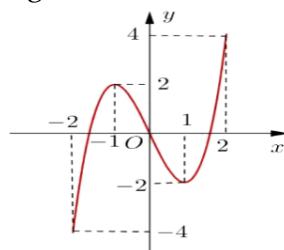
- A. 0.  
 B. 1.  
 C. 4.  
 D. 5.



**19.7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên đoạn  $[-2;2]$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-2;2]$ .

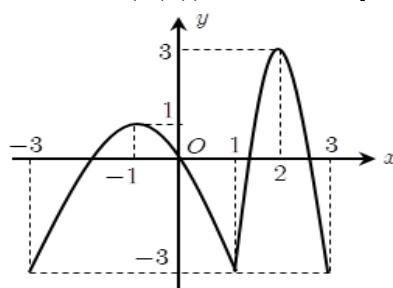
Giá trị của  $M - m$  bằng

- A. 0.  
 B. 8.  
 C. 4.  
 D. 2.



**19.8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[-3;3]$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(f(x))$  trên đoạn  $[-1;0]$ . Giá trị của  $M - m$  bằng

- A. 1.  
 B. 3.  
 C. 4.  
 D. 6.



**Câu 20.** Xét tất cả các số thực dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $\log_2 a = \log_8(ab)$ . Mệnh đề nào **đúng** ?

- A.  $a = b^2$ .      B.  $a^3 = b$ .      C.  $a = b$ .      D.  $a^2 = b$ .

**Lời giải tham khảo**

Ta có:  $\log_2 a = \log_8(ab) \Leftrightarrow \log_2 a = \log_{2^3}(ab) \Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{3} \log_2(ab) \Leftrightarrow \log_2 a = \log_2(ab)^{\frac{1}{3}}$

$$\Leftrightarrow a = (ab)^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow a^3 = ab \Leftrightarrow a^2 = b. \text{ Chọn đáp án D.}$$

**Bài tập tương tự**

**20.1.** Xét tất cả các số thực dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $\log_2 a^2 = \log_4(ab^2)$ . Mệnh đề nào **đúng** ?

- A.  $2a = b$ .      B.  $a^2 = b^3$ .  
C.  $a^3 = b^2$ .      D.  $a = b$ .

**20.2.** Cho  $a$  và  $b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $a^3b^2 = 32$ . Giá trị của  $3\log_2 a + 2\log_2 b$  bằng

- A. 5.      B. 2.  
C. 32.      D. 4.

**20.3.** Cho  $a$  và  $b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $\log_4 a + \log_2 b = -1/2$ . Giá trị của  $a^2 \cdot b^4$  bằng

- A.  $1/2$ .      B.  $1/4$ .  
C. 2.      D.  $-4$ .

**Bài tập mở rộng**

**20.4.** Cho  $\log_2(a+1) = 3$ . Giá trị của biểu thức  $3^{\log_4(a-3)}$  bằng

- A. 3.      B. 1.  
C. 2.      D. 4.

**20.5.** Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $\frac{\log_3 5 \cdot \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$ . Tìm khẳng định **đúng** ?

- A.  $a = b \log_6 2$ .      B.  $a = b \log_6 3$ .  
C.  $a = 36b$ .      D.  $2a + 3b = 0$ .

**20.6.** Cho  $0 < a \neq 1$  và  $x, y \in \mathbb{R}$  thỏa mãn  $\log_a 3 = x$ ,  $\log_a 2 = y$ . Khi đó  $(x+y)\log_6 a$  bằng

- A.  $(x+y)^2$ .      B.  $2(x+y)$ .  
C.  $x+y$ .      D. 1.

**20.7.** Cho  $0 < a \neq 1$ ,  $b > 0$  thỏa mãn  $\log_a b = \frac{b}{4}$  và  $\log_2 a = \frac{16}{b}$ . Tổng  $a+b$  bằng

- A. 16.      B. 12.  
C. 10.      D. 18.

**20.8.** Cho  $a, b$  lần lượt là số hạng thứ nhất và thứ năm của một cấp số cộng có công sai  $d \neq 0$ . Giá

trị của  $\log_2 \left( \frac{b-a}{d} \right)$  bằng

- A.  $\log_2 5$ .      B. 3.  
C. 2.      D.  $\log_2 3$ .



**Câu 21.** Tập nghiệm của bất phương trình  $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$  là

- |                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| A. $[-2; 4]$ .                        | B. $[-4; 2]$ .                         |
| C. $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$ . | D. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$ . |

**Lời giải tham khảo**

Bất phương trình  $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9} \Leftrightarrow x-1 \geq x^2-x-9 \Leftrightarrow x^2-2x-8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4$ .

$\Rightarrow x \in [-2; 4]$ . Chọn đáp án A.

**Bài tập tương tự**

**21.1.** Hỏi bất phương trình  $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$  có bao nhiêu nghiệm nguyên dương ?

- A. 2.
- B. 4.
- C. 6.
- D. 3.

**21.2.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{9x^2-17x+11} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{7-5x}$  là

- |  |  |
|--|--|
| A. $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ . | B. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$ .               |
| C. $\left\{\frac{2}{3}\right\}$ .        | D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}$ . |

**21.3.** Tập nghiệm của bất phương trình  $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \leq (\sqrt{5} - 2)^{x-1}$  là

- A.  $(-\infty; 1]$ .
- B.  $[1; +\infty)$ .
- C.  $(-\infty; 1)$ .
- D.  $(1; +\infty)$ .

**Bài tập mở rộng**

**21.4.** Bất phương trình  $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0$  có tập nghiệm là

- |                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ .  | B. $(-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ . |
| C. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$ . | D. $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ . |

**21.5.** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_{\frac{\pi}{6}}[\log_3(x-2)] > 0$  là  $(a; b)$ . Giá trị của  $b-a$  bằng

- A. 2.
- B. 4.
- C. 3.
- D. 5.

21.6. Tập nghiệm của bất phương trình  $\ln x^2 < 2 \ln(4x + 4)$  là

- A.  $\left(-\frac{4}{5}; +\infty\right)$ .      B.  $(-1; +\infty) \setminus \{0\}$ .
- C.  $\left(-\frac{4}{5}; +\infty\right) \setminus \{0\}$ .      D.  $\left(-\frac{4}{3}; +\infty\right) \setminus \{0\}$ .

21.7. Biết  $S = [a; b]$  là tập nghiệm của bất phương trình  $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ . Giá trị của  $b - a$  bằng

- A.  $\frac{8}{3}$ .
- B. 1.
- C.  $\frac{10}{3}$ .
- D. 2.

21.8. Giải bất phương trình  $\log_3^2 x - 2 \log_3(3x) - 1 < 0$  được tập nghiệm  $S = (a; b)$ , với  $a, b$  là hai số thực và  $a < b$ . Giá trị của biểu thức  $3a + b$  bằng

- A. -3.
- B. 3.
- C. 11.
- D. 28.

**Câu 22.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

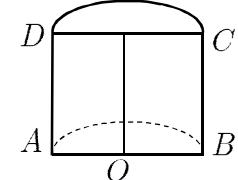
- A.  $18\pi$ .
- B.  $36\pi$ .
- C.  $54\pi$ .
- D.  $27\pi$ .

#### Lời giải tham khảo

Ta có  $r = OA = 3$ .

Vì thiết diện qua trục là hình vuông nên  $AB = AD = \ell = 6$ .

Do đó diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là  $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell = 2\pi \cdot 3 \cdot 6 = 36\pi$ .



Chọn đáp án B.

#### Bài tập tương tự

22.1. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB$  và  $CD$  thuộc hai đáy của khối trụ. Biết  $AB = 4a$ ,  $BC = 3a$ . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A.  $12\pi a^3$ .
- B.  $16\pi a^3$ .
- C.  $4\pi a^3$ .
- D.  $8\pi a^3$ .

22.2. Biết thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông cạnh  $a$ . Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

- A.  $2\pi a^2$ .
- B.  $\frac{3\pi a^2}{2}$ .
- C.  $4\pi a^2$ .
- D.  $3\pi a^2$ .

- 22.3. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng  $4\pi$  và có thiết diện qua trục của nó là một hình vuông. Thể tích của khối trụ bằng
- $3\pi$ .
  - $2\pi$ .
  - $4\pi$ .
  - $\pi$ .

**Bài tập mở rộng**

- 22.4. Cho hình trụ có đường cao  $h = 5\text{cm}$ , bán kính đáy  $r = 3\text{cm}$ . Xét mặt phẳng ( $P$ ) song song với trục của hình trụ, cách trục  $2\text{cm}$ . Diện tích thiết diện của hình trụ với ( $P$ ) bằng

- $\frac{5\sqrt{5}\text{cm}^2}{3}$ .
- $6\sqrt{5}\text{cm}^2$ .
- $3\sqrt{5}\text{cm}^2$ .
- $10\sqrt{5}\text{cm}^2$ .

- 22.5. Trong không gian cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{5}$ . Diện tích xung quanh của hình trụ khi quay trục  $AB$  bằng

- $\frac{2\pi a^2}{3}$ .
- $4\pi a^2$ .
- $2a^2$ .
- $4a^2$ .

- 22.6. Trong không gian cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = a$  và  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ . Thể tích của khối nón nhận được khi quay tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AC$  bằng

- |                        |                                  |
|------------------------|----------------------------------|
| A. $\pi a^3$ .         | B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$ . |
| C. $\sqrt{3}\pi a^3$ . | D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ . |

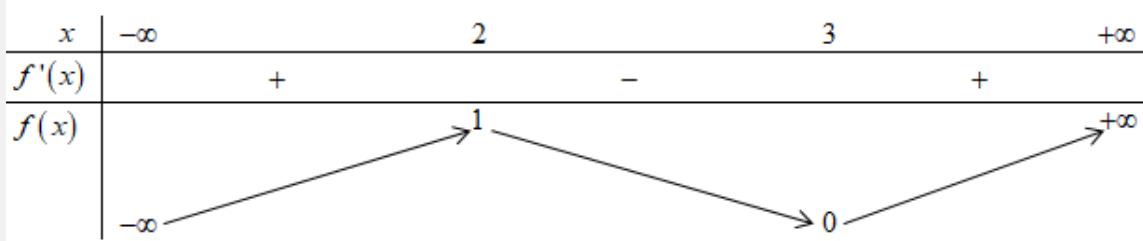
- 22.7. Cắt hình nón đỉnh  $S$  bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng  $a\sqrt{2}$ . Thể tích của khối nón bằng

- |   |  |
|---|--|
| A. $\frac{\pi a^3}{4}$ .                | B. $\frac{\pi a^3 \cdot \sqrt{2}}{12}$ . |
| C. $\frac{\pi a^3 \cdot \sqrt{2}}{3}$ . | D. $\pi a^3 \cdot \sqrt{7}$ .            |

- 22.8. Cắt một khối nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh bằng  $2a$ . Thể tích của khối nón bằng

- |                        |                                 |
|------------------------|---------------------------------|
| A. $\pi\sqrt{3}a^3$ .  | B. $\frac{\pi a^3}{3}$ .        |
| C. $2\pi\sqrt{3}a^3$ . | D. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$ . |

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

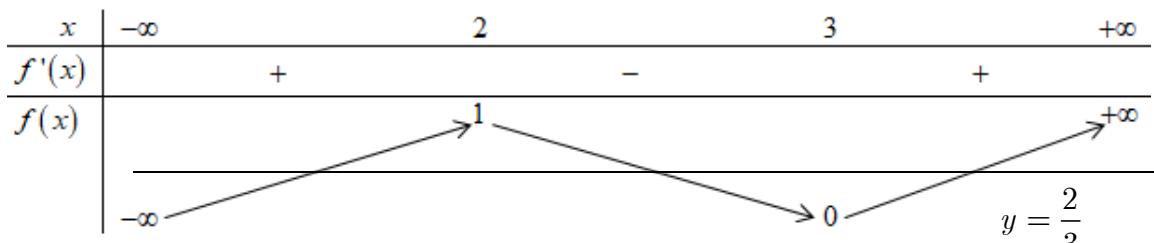


Số nghiệm của phương trình  $3f(x) - 2 = 0$  là

- A. 2.      B. 0.      C. 3.      D. 1.

#### Lời giải tham khảo

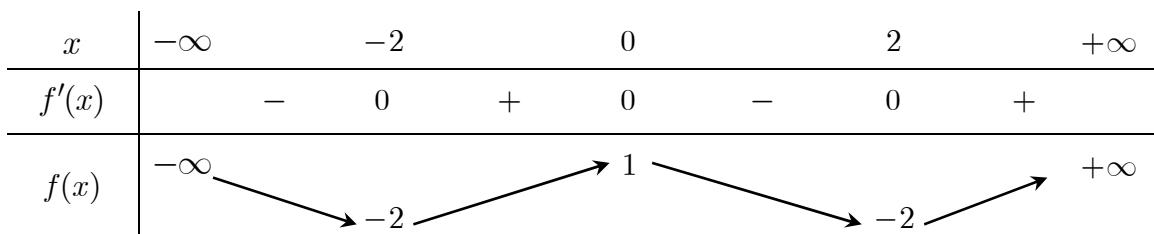
Phương trình  $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{3}$ . Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đồ thị  $y = f(x)$  và đường nằm ngang  $y = \frac{2}{3}$ .



Từ bảng biến thiên, suy ra có 3 giao điểm nên phương trình có 3 nghiệm. Chọn đáp án C.

#### Bài tập tương tự

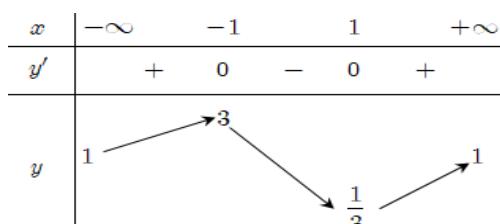
**23.1.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên bên dưới. Số nghiệm của phương trình  $2f(x) + 3 = 0$  là



- A. 4.      B. 3.      C. 2.      D. 1.

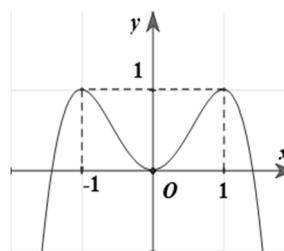
**23.2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên bên dưới. Số nghiệm của  $2f^2(x) - 3f(x) + 1 = 0$  là

- A. 6 nghiệm.  
B. 0 nghiệm.  
C. 3 nghiệm.  
D. 2 nghiệm.



**23.3.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm của phương trình  $4f(x) - 3 = 0$  là

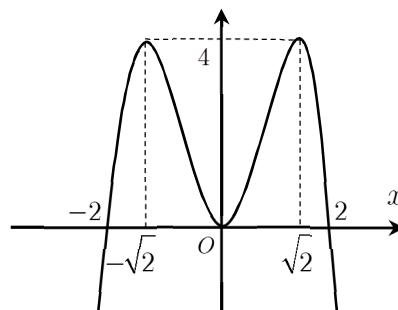
- A. 4.  
B. 3.  
C. 2.  
D. 1.



**Bài tập mở rộng**

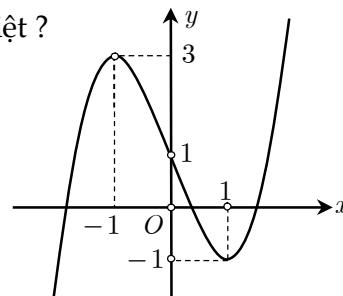
- 23.4. Cho đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 4x^2$  như hình vẽ. Tìm  $m$  để phương trình  $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0$  có đúng hai nghiệm phân biệt ?

- A.  $m < 0$  hoặc  $m = 4$ .
- B.  $m < 0$ .
- C.  $m < 2$  hoặc  $m = 6$ .
- D.  $m < 2$ .



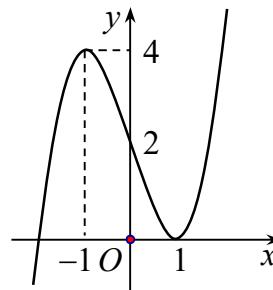
- 23.5. Cho đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x - m = 0$  có đúng 3 nghiệm phân biệt ?

- A.  $-2 < m < 3$ .
- B.  $-2 < m < 2$ .
- C.  $-2 \leq m < 2$ .
- D.  $-1 < m < 3$ .



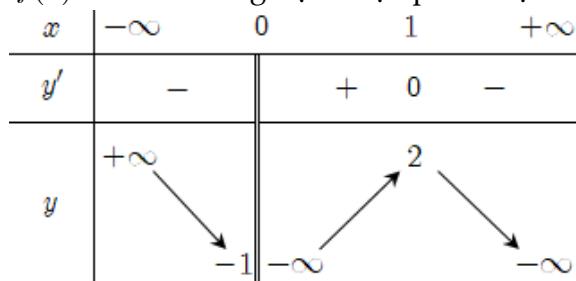
- 23.6. Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hình vẽ bên dưới. Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) + 1 = m$  có đúng 3 nghiệm ?

- A.  $0 < m < 5$ .
- B.  $1 < m < 5$ .
- C.  $-1 < m < 4$ .
- D.  $0 < m < 4$ .



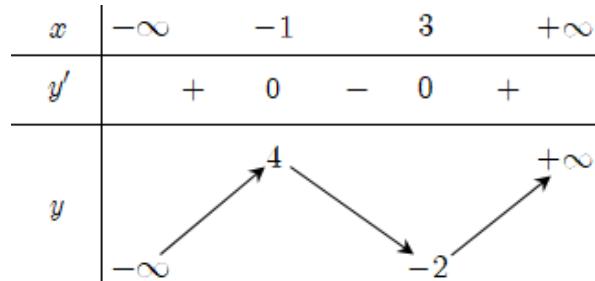
- 23.7. Cho bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$  như hình bên dưới. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  sao cho phương trình  $f(x) = m$  có ba nghiệm thực phân biệt.

- A.  $[-1; 2]$ .
- B.  $(-1; 2)$ .
- C.  $(-1; 2]$ .
- D.  $(-\infty; 2]$ .



- 23.8. Cho bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$  như hình bên dưới. Tìm tập hợp tham số  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có 3 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2, x_3$  thỏa mãn  $x_1 < -1 < x_2 < 3 < x_3$ .

- A.  $-2 < m < 4$ .
- B.  $-2 < m < 1$ .
- C.  $-2 < m \leq 1$ .
- D.  $-2 < m \leq 4$ .



- Câu 24.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$  trên khoảng  $(1; +\infty)$  là
- A.  $x + 3 \ln(x-1) + C$ .  
 B.  $x - 3 \ln(x-1) + C$ .  
 C.  $x - \frac{3}{(x-1)^2} + C$ .  
 D.  $x + \frac{3}{(x-1)^2} + C$ .

**Lời giải tham khảo**

Ta có  $F(x) = \int f(x)dx = \int \frac{x+2}{x-1} dx = \int \frac{(x-1)+3}{x-1} dx = \int \left(1 + \frac{3}{x-1}\right) dx = x + 3 \ln|x-1| + C$   
 $= x + 3 \ln(x-1) + C$  (do  $x \in (1; +\infty)$ ). **Chọn đáp án A.**

**Bài tập tương tự**

- 24.1.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$  trên khoảng  $(-1; +\infty)$  là

- A.  $3x - 4 \ln(x+1)$ .  
 B.  $3x - 4 \ln(x+1) + C$ .  
 C.  $3x - \frac{4}{(x+1)^2} + C$ .  
 D.  $3x + \frac{4}{(x+1)^2} + C$ .

- 24.2.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$  trên khoảng  $(-\infty; 2)$  là

- A.  $3x - 7 \ln(2-x) + C$ .  
 B.  $3x + 7 \ln(x-2) + C$ .  
 C.  $3x + 7 \ln(2-x) + C$ .  
 D.  $3x - 7 \ln(x-2) + C$ .

- 24.3.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x+1}{2x-3}$  thỏa mãn  $F(2) = 3$ . Hàm số  $F(x)$  là

- A.  $x + 4 \ln|2x-3| + 1$ .  
 B.  $x + 2 \ln(2x-3) + 1$ .  
 C.  $x + 2 \ln|2x-3| + 1$ .  
 D.  $x + 2 \ln|2x-3| - 1$ .

**Bài tập mở rộng**

- 24.4.** Họ các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$  trên khoảng  $(-1; +\infty)$  là

- A.  $2 \ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C$ .  
 B.  $2 \ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$ .  
 C.  $2 \ln(x+1) - \frac{2}{x+1} + C$ .  
 D.  $2 \ln(x+1) - \frac{3}{x+1} + C$ .

- 24.5.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x^2 - 2x - 1}{x-1}$  thỏa mãn  $F(0) = -1$ . Giá trị của  $F(-1)$  bằng

- A.  $-\ln 2$ .  
 B.  $-2 + \ln 2$ .  
 C.  $\ln 2$ .  
 D.  $2 + \ln 2$ .

24.6. Cho  $\int_0^1 \frac{2x^2 + 3x + 3}{x^2 + 2x + 1} dx = a - \ln b$  với  $a, b$  nguyên dương. Giá trị của  $a^2 + b^2$  bằng

- A. 4.
- B. 5.
- C. 10.
- D. 13.

24.7. Biết  $\int \frac{2x - 13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C$ , với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Mệnh đề nào **đúng**?

- A.  $a + 2b = 8$ .
- B.  $a + b = 8$ .
- C.  $2a - b = 8$ .
- D.  $a - b = 8$ .

24.8. Biết hàm số  $e^{2x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = f(x)$ . Khi đó họ các nguyên hàm của hàm

số  $\frac{f(x) + 1}{e^x}$  là

- A.  $e^x - e^{-x} + C$ .
- B.  $2e^x - e^{-x} + C$ .
- C.  $2e^x + e^{-x} + C$ .
- D.  $\frac{1}{2}e^x - e^{-x} + C$ .

**Câu 25.** Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức  $S = A \cdot e^{nr}$ ; trong đó  $A$  là dân số của năm lấy làm mốc tính,  $S$  là dân số sau  $n$  năm,  $r$  là tỉ lệ gia tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr.79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm) ?

- A. 109.256.100
- B. 108.374.700
- C. 107.500.500
- D. 108.311.100

#### Lời giải tham khảo

Ta có  $A = 93.671.600$ ,  $r = 0,81\% = 0,0081$ ,  $n = 2035 - 2017 = 18$ .

Áp dụng công thức  $S = A \cdot e^{nr} = 93.671.600 \times e^{18 \times 0,0081} \approx 108.374.741,3$ . **Chọn đáp án B.**

#### Bài tập tương tự

25.1. Cho biết sự rằng tỉ lệ tăng dân số thế giới hàng năm là 1,32%, nếu tỉ lệ tăng dân số không thay đổi thì đến tăng trưởng dân số được tính theo công thức tăng trưởng liên tục  $S = A \cdot e^{Nr}$  trong đó  $A$  là dân số tại thời điểm mốc,  $S$  là số dân sau  $N$  năm,  $r$  là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2013 dân số thế giới vào khoảng 7095 triệu người. Biết năm 2020 dân số thế giới gần nhất với giá trị nào sau đây ?

- A. 7879 triệu người.
- B. 7680 triệu người.
- C. 7782 triệu người.
- D. 7777 triệu người.

**25.2.** Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức  $S(t) = Ae^{rt}$ , trong đó  $A$  là số lượng vi khuẩn ban đầu,  $S(t)$  là số lượng vi khuẩn có sau  $t$  (phút),  $r$  là tỷ lệ tăng trưởng ( $r > 0$ ),  $t$  (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sao bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con?

- A. 35 giờ.
- B. 45 giờ.
- C. 25 giờ.
- D. 15 giờ.

**25.3.** Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn theo công thức  $S = Ae^{rt}$ , trong đó  $A$  là số lượng vi khuẩn ban đầu,  $r$  là tỉ lệ tăng trưởng,  $t$  là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi số con vi khuẩn sau 10 giờ?

- A. 1000 con.
- B. 850 con.
- C. 800 con.
- D. 900 con.

**Bài tập mở rộng**

**25.4.** Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ta khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

- A. 102.424.000 đồng.
- B. 102.423.000 đồng.
- C. 102.016.000 đồng.
- D. 102.017.000 đồng.

**25.5.** Một người đầu tư một số tiền vào công ty theo thể thức lãi kép kỳ hạn 1 năm với lãi suất 7,6% /năm. Giả sử lãi suất không đổi, hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được (cả vốn và lãi) số tiền gấp 5 lần số tiền ban đầu.

- A. 23 năm.
- B. 24 năm.
- C. 21 năm.
- D. 22 năm.

**25.6.** Một chất điểm chuyển động với phương trình  $S(t) = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$ , trong đó  $t$  tính bằng giây (s) và  $S(t)$  tính bằng mét (m). Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc bằng 0.

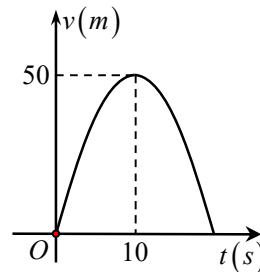
- A.  $6\text{m/s}^2$ .
- B.  $8\text{m/s}^2$ .
- C.  $12\text{m/s}^2$ .
- D.  $9\text{m/s}^2$ .

**25.7.** Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc 20(m/s) rồi hãm phanh chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -2t + 20$ (m/s), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Quãng đường mà ô tô đi được trong 15 giây cuối cùng đến khi dừng hẳn bằng

- A. 100m.
- B. 75m.
- C. 200m.
- D. 125m.

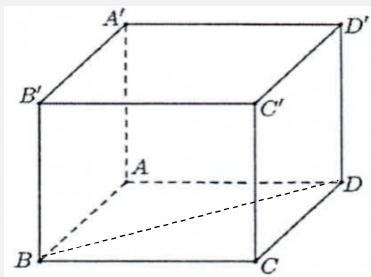
**25.8.** Một xe ô tô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu phóng nhanh với vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường cong parabol có hình bên dưới. Biết rằng sau 10s thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 50m/s và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét ?

- A.  $\frac{1000}{3}$ m.
- B. 110m.
- C. 300m.
- D.  $\frac{1400}{3}$ m.



**Câu 26.** Cho khối lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình thoi cạnh  $a$ ,  $BD = a\sqrt{3}$  và  $AA' = 4a$  (minh họa như hình bên dưới). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $2\sqrt{3}a^3$ .
- B.  $4\sqrt{3}a^3$ .
- C.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ .
- D.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$ .



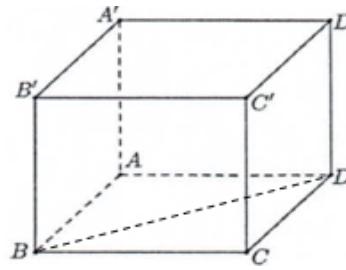
#### Lời giải tham khảo

Tam giác  $BCD$  có nửa chu vi là  $p = \frac{BC + CD + DB}{2} = \frac{a + a + a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a + a\sqrt{3}}{2}$ .

Áp dụng công thức diện tích tam giác theo Heron:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \Rightarrow S_{\triangle BCD} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2.$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 2 \times S_{\triangle BCD} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2.$$



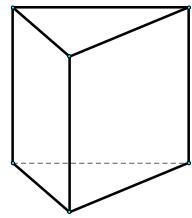
Do đó thể tích của khối lăng trụ đã cho là  $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \times AA' = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 \times 4a = 2\sqrt{3}a^3$ .

**Chọn đáp án A.**

**Bài tập tương tự**

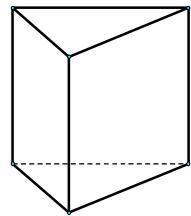
- 26.1. Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ ,  $AB = a$  và  $AA' = a\sqrt{3}$ . Thể tích khối lăng trụ bằng

- A.  $\frac{3a^3}{2}$ .      B.  $\frac{2a^3}{3}$ .  
C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ .



- 26.2. Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AC = a\sqrt{2}$ , biết góc giữa  $(A'BC)$  và đáy bằng  $60^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .  
C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .



- 26.3. Cho lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$  và  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ ,  $AB'$  hợp với đáy  $(ABCD)$  một góc  $30^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{a^3}{2}$ .      B.  $\frac{3a^3}{2}$ .  
C.  $\frac{a^3}{6}$ .      D.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ .

**Bài tập mở rộng**

- 26.4. Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy là bằng 4, diện tích tam giác  $A'BC$  bằng 8. Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- A.  $2\sqrt{3}$ .      B.  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ .  
C.  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $8\sqrt{3}$ .

- 26.5. Tính thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$ , biết độ dài cạnh đáy của lăng trụ bằng 2, đồng thời góc tạo bởi  $A'C$  và đáy  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ .

- A.  $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ .      B.  $24\sqrt{6}$ .  
C.  $\frac{8\sqrt{6}}{9}$ .      D.  $8\sqrt{6}$ .

- 26.6. Cho khối lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Khoảng cách từ điểm  $A'$  đến mặt phẳng  $(AB'C')$  bằng  $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .  
C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\frac{3a^3}{2}$ .

26.7. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Đường thẳng  $SC$  tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Khi đó thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

A.  $\frac{a^3\sqrt{51}}{3}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{17}}{3}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{17}}{9}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{17}}{6}$ .

26.8. Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có đường chéo  $AC = 2a$ , góc giữa mặt phẳng ( $SBC$ ) và mặt phẳng ( $ABCD$ ) bằng  $45^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ .

C.  $a^3\sqrt{2}$ .      D.  $\frac{a^3}{2}$ .

Câu 27. Tổng số tiệm cận đúng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$  là

- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 3.

#### Lời giải tham khảo

Ta có  $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(5x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{5x+1}{x+1}$ .

Khi đó:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5x+1}{x+1} = 5 \Rightarrow y = 5$  là đường tiệm cận ngang.

Mặt khác  $\lim_{x \rightarrow -1^\pm} y = \lim_{x \rightarrow -1^\pm} \frac{5x+1}{x+1} = \mp\infty \Rightarrow x = -1$  là đường tiệm cận đứng. Chọn đáp án C.

#### Bài tập tương tự

27.1. Tổng số tiệm cận đúng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 4x + 3}$  là

- A. 0.  
B. 1.  
C. 2.  
D. 3.

27.2. Tổng số tiệm cận đúng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 4x + 3}$  là

- A. 2.  
B. 4.  
C. 3.  
D. 5.

27.3. Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 4x^2 + 4x}$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2.  
B. 1.  
C. 3.  
D. 5.

Bài tập mở rộng

27.4. Cho hàm số  $y = \frac{\sqrt{6-x^2}}{x^2+3x-4}$ . Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

27.5. Cho hàm số  $y = \frac{ax+4}{bx-1}$ . Biết đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là  $y = 2$  và tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$ . Giá trị của  $a+b$  bằng

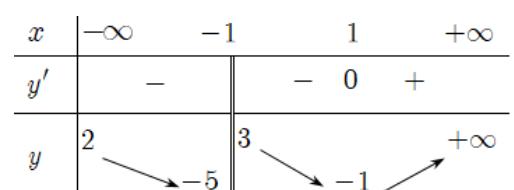
- A. 2.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 3.

27.6. Biết đường thẳng  $x = 1$  và  $y = 0$  lần lượt là đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị  $y = \frac{(a-2b)x^2 + bx + 1}{x^2 + x - b}$ . Giá trị của  $a+b$  bằng

- A. 6.
- B. 7.
- C. 8.
- D. 10.

27.7. Cho hàm số  $f(x)$  phù hợp với bảng biến thiên. Đồ thị hàm số  $f(x)$  có bao nhiêu tiệm cận ?

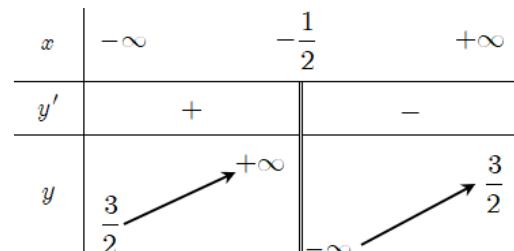
- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.



27.8. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị hàm số

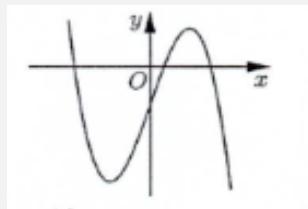
$g(x) = \frac{1}{f^2(x)-1}$  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng ?

- A. 0.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.



**Câu 28.** Cho hàm số  $y = ax^3 + 3x + d$  ( $a, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào **đúng**?

- A.  $a > 0, d > 0$ .
- B.  $a < 0, d > 0$ .
- C.  $a > 0, d < 0$ .
- D.  $a < 0, d < 0$ .



#### Lời giải tham khảo

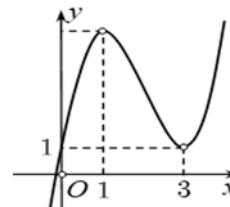
Từ hình vẽ, suy ra đó là hàm số bậc ba có  $a < 0$ , loại đáp án A và C.

Từ đồ thị thấy đồ thị cắt trục tung  $Oy : x = 0 \Rightarrow y = d < 0$ . Chọn đáp án D.

#### Bài tập tương tự

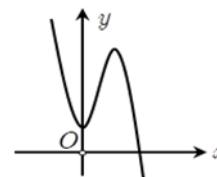
**28.1.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào **đúng**?

- A.  $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$ .
- B.  $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$ .
- C.  $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$ .
- D.  $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$ .



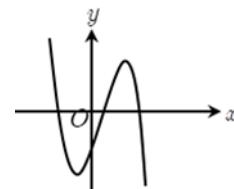
**28.2.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào **đúng**?

- A.  $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$ .
- B.  $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$ .
- C.  $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$ .
- D.  $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$ .



**28.3.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào **đúng**?

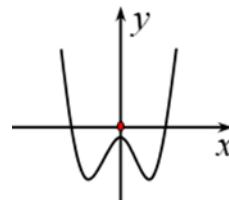
- A.  $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .
- B.  $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$ .
- C.  $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$ .
- D.  $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$ .



#### Bài tập mở rộng

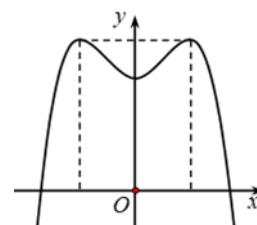
**28.4.** Cho đồ thị hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  như hình vẽ. Tìm mệnh đề **đúng**?

- A.  $a > 0, b < 0, c > 0$ .
- B.  $a > 0, b > 0, c < 0$ .
- C.  $a > 0, b < 0, c < 0$ .
- D.  $a < 0, b > 0, c < 0$ .



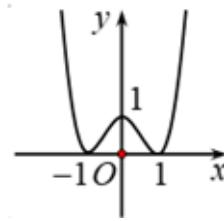
**28.5.** Cho đồ thị hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  như hình vẽ. Tìm mệnh đề **đúng**?

- A.  $a < 0, b > 0, c > 0$ .
- B.  $a < 0, b > 0, c < 0$ .
- C.  $a > 0, b < 0, c < 0$ .
- D.  $a < 0, b < 0, c < 0$ .



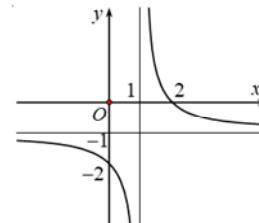
28.6. Cho đồ thị hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  như hình vẽ. Tìm mệnh đề **đúng** ?

- A.  $a > 0, b < 0, c = 1$ .
- B.  $a > 0, b > 0, c = 1$ .
- C.  $a < 0, b > 0, c = 1$ .
- D.  $a > 0, b > 0, c > 0$ .



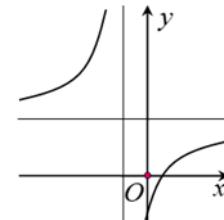
28.7. Cho đồ thị hàm số  $y = \frac{ax - b}{x - 1}$  như hình vẽ. Tìm khẳng định **đúng** ?

- A.  $b < 0 < a$ .
- B.  $0 < b < a$ .
- C.  $b < a < 0$ .
- D.  $0 < a < b$ .



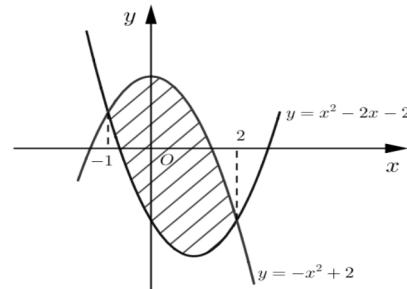
28.8. Cho đồ thị hàm số  $y = \frac{ax + b}{x - c}$  như hình vẽ. Tìm khẳng định **đúng** ?

- A.  $a < 0, b > 0, c > 0$ .
- B.  $a > 0, b < 0, c > 0$ .
- C.  $a > 0, b > 0, c < 0$ .
- D.  $a > 0, b < 0, c < 0$ .



Câu 29. Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình dưới đây bằng

- A.  $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4)dx$ .
- B.  $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4)dx$ .
- C.  $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4)dx$ .
- D.  $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4)dx$ .



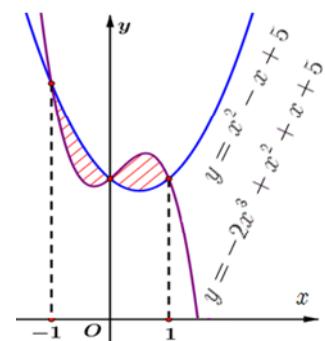
#### Lời giải tham khảo

Ta có:  $S = \int_{-1}^2 [(-x^2 + 2) - (x^2 - 2x - 2)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$ . **Chọn đáp án A.**

#### Bài tập tương tự

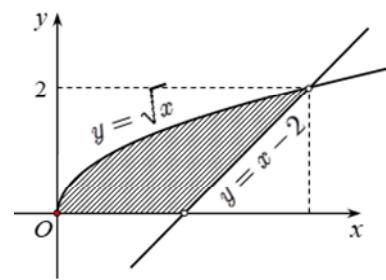
29.1. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào ?

- A.  $\int_{-1}^0 (2x^3 - 2x) dx + \int_0^1 (2x - 2x^3) dx$ .
- B.  $\int_{-1}^1 (2x^3 - 2x) dx$ .
- C.  $\int_{-1}^1 (2x - 2x^3) dx$ .
- D.  $\int_{-1}^0 (2x^3 - 2x) dx - \int_0^1 (2x - 2x^3) dx$ .



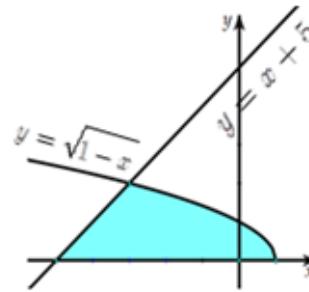
29.2. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào ?

- A.  $\int_0^2 (\sqrt{x} - x + 2)dx$ .
- B.  $\int_0^4 (\sqrt{x} - x + 2)dx$ .
- C.  $\int_0^2 \sqrt{x}dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2)dx$ .
- D.  $\int_0^2 \sqrt{x}dx + \int_2^4 (x - 2 - \sqrt{x})dx$ .



29.3. Diện tích hình phẳng giới hạn trong hình tô màu được tính theo công thức nào ?

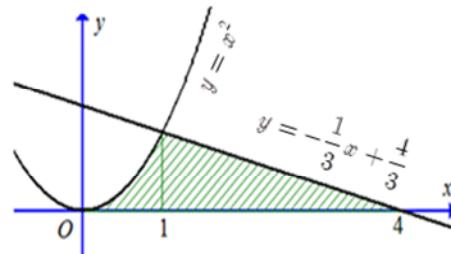
- A.  $\int_{-5}^{-3} (x + 5)dx - \int_{-3}^1 \sqrt{1-x}dx$ .
- B.  $\int_{-5}^1 [(x + 5) - \sqrt{1-x}]dx$ .
- C.  $\int_{-5}^{-3} (x + 5)dx + \int_{-3}^1 \sqrt{1-x}dx$ .
- D.  $\int_{-5}^1 [\sqrt{1-x} - (x + 5)]dx$ .



#### Bài tập mở rộng

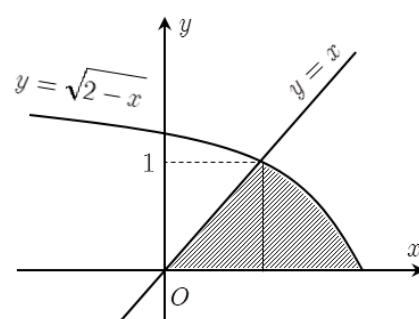
29.4. Diện tích hình phẳng phần gạch sọc của hình vẽ bên dưới bằng

- A.  $\frac{11}{6}$ .
- B.  $\frac{61}{3}$ .
- C.  $\frac{343}{162}$ .
- D.  $\frac{39}{2}$ .



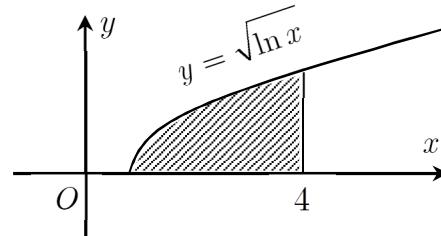
29.5. Công thức tính thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành  $Ox$  là

- A.  $\pi \int_0^1 (2-x)dx + \pi \int_1^2 x^2 dx$ .
- B.  $\pi \int_0^2 (2-x)dx$ .
- C.  $\pi \int_0^2 x^2 dx + \pi \int_2^4 (2-x)dx$ .
- D.  $\pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_1^2 (2-x)dx$ .



29.6. Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành  $Ox$  bằng

- A.  $4\pi \ln 4 - 3$ .
- B.  $\pi(4 \ln 2 - 3)$ .
- C.  $\pi(4 \ln 4 - 3)$ .
- D.  $4\pi \ln 2 - 3\pi$ .



**29.7.** Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x = 1$  và  $x = 3$ , biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $1 \leq x \leq 3$ ) thì được thiết diện là hình chữ nhật có hai cạnh là  $3x$  và  $\sqrt{3x^2 - 2}$ .

A.  $32 + 2\sqrt{15}$ .

B.  $(32 + 2\sqrt{15})\pi$ .

C.  $\frac{124}{3}$ .

D.  $\frac{124\pi}{3}$ .

**29.8.** Miền phẳng trong hình vẽ giới hạn bởi  $y = f(x)$  và parabol  $y = x^2 - 2x$ . Biết  $\int_{-\frac{1}{2}}^1 f(x)dx = \frac{3}{4}$ .

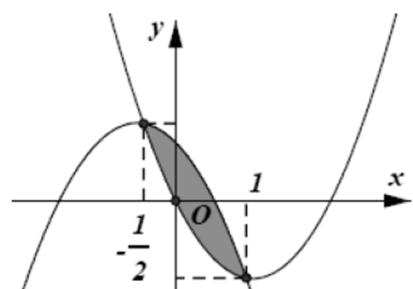
Khi đó diện tích hình phẳng được tô trong hình vẽ bằng

A.  $\frac{9}{8}$ .

B.  $\frac{3}{2}$ .

C.  $\frac{3}{8}$ .

D.  $\frac{8}{3}$ .



**Câu 30.** Cho hai số phức  $z_1 = -3 + i$  và  $z_2 = 1 - i$ . Phần ảo của số phức  $z_1 + \bar{z}_2$  bằng

A.  $-2$ .

B.  $2i$ .

C.  $2$ .

D.  $-2i$ .

#### Lời giải tham khảo

Ta có  $z_1 + \bar{z}_2 = (-3 + i) + (1 + i) = -2 + 2i$ . Do đó phần ảo của  $z_1 + \bar{z}_2$  bằng 2. Chọn đáp án C.

#### Bài tập tương tự

**30.1.** Cho các số phức  $z = 1 + 2i$  và  $w = 2 + i$ . Hỏi số phức  $u = z \cdot \bar{w}$  có đặc điểm nào?

A. Phần thực là 4 và phần ảo là 3.

B. Phần thực là 0 và phần ảo là 3.

C. Phần thực là 0 và phần ảo là  $3i$ .

D. Phần thực là 4 và phần ảo là  $3i$ .

**30.2.** Cho số phức  $z_1 = 5 - 2i$  và  $z_2 = 3 - 4i$ . Số phức liên hợp của số phức  $w = \bar{z}_1 + z_2 + 2z_1\bar{z}_2$  là

A.  $54 + 26i$ .

B.  $-54 - 26i$ .

C.  $54 - 26i$ .

D.  $54 - 30i$ .

**30.3.** Cho hai số phức  $z_1 = 1 - 5i$ ,  $z_2 = 3 + 2i$ . Phần ảo của số phức  $\frac{z_1^2}{z_2}$  là

A.  $\sqrt{19}$ .

B.  $\sqrt{19}i$ .

C.  $b = \frac{18}{13}$ .

D.  $\frac{18}{13}i$ .

**Bài tập mở rộng**

30.4. Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$ . Giá trị của  $a + b$  bằng

A.  $\frac{1}{2}$ .      B. 1.

C. -1.      D.  $-\frac{1}{2}$ .

30.5. Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = 5$  và  $|z + 3| = |z + 3 - 10i|$ . Tìm số phức  $w = z - 4 + 3i$ .

A.  $w = -3 + 8i$ .

B.  $w = 1 + 3i$ .

C.  $w = -1 + 7i$ .

D.  $w = -4 + 8i$ .

30.6. Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $|z - 4| i + |z - 2i| = \sqrt{5}(1+i)$ . Giá trị của biểu thức  $a + b$  bằng

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

30.7. Hỏi có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - i| = \sqrt{2}$  và  $z^2$  là số thuần ảo ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

30.8. Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z - 2 + i| = 2$  và số phức  $\bar{z} - i$  là một số thực ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Câu 31.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $z = (1 + 2i)^2$  là điểm nào dưới đây ?

- A.  $P(-3; 4)$ .      B.  $Q(5; 4)$ .      C.  $N(4; -3)$ .      D.  $M(5; 4)$ .

**Lời giải tham khảo**

Ta có:  $z = (1 + 2i)^2 = -3 + 4i$ . Suy ra điểm biểu diễn số phức  $z$  là  $P(-3; 4)$ . Chọn đáp án A.

**Bài tập tương tự**

**31.1.** Cho số phức  $z = 3 - 2i$ . Tìm điểm biểu diễn của số phức  $w = z + i\bar{z}$ .

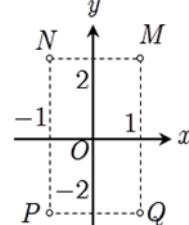
- A.  $M(1; -5)$ .      B.  $N(5; -5)$ .  
C.  $P(1; 1)$ .      D.  $Q(5; 1)$ .

**31.2.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , điểm nào sau biểu diễn cho số phức  $z$ , biết  $i\bar{z} = (2 + i)^2$ .

- A.  $M_1(4; -3)$ .      B.  $M_2(-4; 3)$ .  
C.  $M_3(-4; -3)$ .      D.  $M_4(4; 3)$ .

**31.3.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1 + i)z = 3 - i$ . Hỏi điểm biểu diễn của  $z$  là điểm nào trong các điểm  $M, N, P, Q$  ở hình bên ?

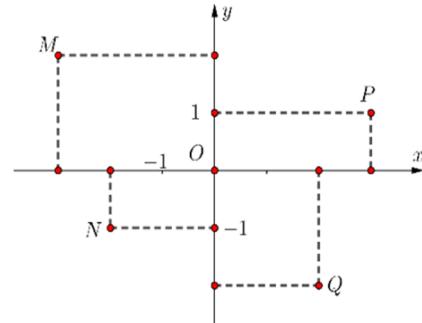
- A. Điểm  $P$ .  
B. Điểm  $Q$ .  
C. Điểm  $M$ .  
D. Điểm  $N$ .



**Bài tập mở rộng**

**31.4.** Các điểm  $M, N, P, Q$  trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn lần lượt của các số phức các số phức  $z_1, z_2, z_3, z_4$ . Khi đó  $w = 3z_1 + z_2 + z_3 + z_4$  bằng

- A.  $w = -6 + 4i$ .  
B.  $w = 3 - 4i$ .  
C.  $w = 6 + 4i$ .  
D.  $w = 4 - 3i$ .



**31.5.** Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1 - i| = |z + 2i|$  là đường thẳng có phương trình là

- A.  $x - y + 1 = 0$ .  
B.  $x + y + 1 = 0$ .  
C.  $x - 2y + 2 = 0$ .  
D.  $x + 2y + 2 = 0$ .

**31.6.** Cho  $z$  thỏa  $|z - 2i| = |z + 1|$ . Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $w = (1 + i)z$  là đường thẳng có dạng

- A.  $x - y + 3 = 0$ .  
B.  $x - 3y + 3 = 0$ .  
C.  $x + y + 3 = 0$ .  
D.  $x - 3y - 3 = 0$ .

31.7. Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(\bar{z} - 2i)(z + 2)$  là số thuần ảo. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  là đường tròn có bán kính bằng

- A.  $2\sqrt{2}$ .
- B.  $\sqrt{2}$ .
- C. 2.
- D. 4.

31.8. Cho các số phức  $z$  thỏa  $|z - 1| = 2$ . Biết tập hợp biểu diễn số phức  $w = (1 + i\sqrt{3})z + 2$  là một đường tròn có bán kính bằng

- A. 3.
- B. 2.
- C. 4.
- D. 16.

**Câu 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (1; 0; 3)$  và  $\vec{b} = (-2; 2; 5)$ . Tích vô hướng  $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$  bằng

- A. 25.
- B. 23.
- C. 27.
- D. 29.

#### Lời giải tham khảo

Ta có:  $\begin{cases} \vec{a} = (1; 0; 3) \\ \vec{a} + \vec{b} = (-1; 2; 8) \end{cases} \Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 1 \times (-1) + 0 \times 2 + 3 \times 8 = 23$ . Chọn đáp án B.

#### Bài tập tương tự

32.1. Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vecto  $\vec{u} = (-2; 2; 5)$ ,  $\vec{v} = (0; 1; 2)$ . Tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng

- A. 12.
- B. 13.
- C. 10.
- D. 14.

32.2. Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; -1; 1)$ ,  $B(-1; 3; -1)$  và  $C(5; -3; 4)$ . Tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$  bằng

- A. 48.
- B. -48.
- C. 52.
- D. -52.

32.3. Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vecto  $\vec{u} = (-1; 0; 2)$  và  $\vec{v} = (x; -2; 1)$ . Nếu  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$  thì độ dài của  $|\vec{v}|$  bằng

- A. 2.
- B. 3.
- C.  $\sqrt{21}$ .
- D. 5.

#### Bài tập mở rộng

32.4. Trong không gian  $Oxyz$ , cho vecto  $\vec{u} = (1; 0; -3)$  và  $\vec{v} = (-1; -2; 0)$ . Giá trị của  $\cos(\vec{u}, \vec{v})$  bằng

- A.  $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ .
- B.  $\frac{\sqrt{2}}{10}$ .
- C.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$ .
- D.  $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ .

32.5. Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vecto  $\vec{a} = (2; m - 1; 3)$ ,  $\vec{b} = (1; 3; -2n)$ . Nếu  $\vec{a}$  cùng phương với  $\vec{b}$  thì giá trị  $m + n$  bằng

- A.  $\frac{25}{4}$ .                      B. 1.  
 C.  $\frac{17}{3}$ .                      D. 2.

32.6. Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;5;3)$ ,  $B(3;7;4)$ ,  $C(x;y;6)$ . Nếu ba điểm  $A$ ,  $B$ ,  $C$  thẳng hàng thì tổng  $x + y$  bằng

- A. 14.  
 B. 6.  
 C. 7.  
 D. 16.

32.7. Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;2;-1)$ ,  $B(2;-1;3)$  và  $C(-2;3;3)$ . Biết  $M(a;b;c)$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABCM$ , giá trị của biểu thức  $a^2 + b^2 - c^2$  bằng

- A. 42.  
 B. 43.  
 C. 44.  
 D. 45.

32.8. Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai véctô  $\vec{u} = (-2;5;3)$ ,  $\vec{v} = (-4;1;-2)$ . Giá trị của  $|\vec{u}, \vec{v}|$  bằng

- A.  $\sqrt{216}$ .  
 B.  $\sqrt{405}$ .  
 C.  $\sqrt{749}$ .  
 D.  $\sqrt{708}$ .

**Câu 33.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0;0;-3)$  và đi qua điểm  $M(4;0;0)$ . Phương trình của  $(S)$  là

- |                                   |                                  |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| A. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$ . | B. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$ . |
| C. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 25$ . | D. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 5$ . |

#### Lời giải tham khảo

Mặt cầu  $(S) : \begin{cases} \text{Tâm } I(0;0;-3) \\ \text{Bán kính } R = IM = \sqrt{4^2 + 0^2 + 3^2} = 5 \end{cases}$  có dạng  $(S) : x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5^2 = 25$ .

**Chọn đáp án A.**

#### Bài tập tương tự

33.1. Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1;0;-1)$  và qua điểm  $A(2;2;-3)$  là

- A.  $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 3$ .  
 B.  $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 3$ .  
 C.  $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$ .  
 D.  $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$ .

33.2. Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(2;2;0)$ ,  $B(1;0;2)$ ,  $C(0;4;4)$ . Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $A$  và đi qua trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  có phương trình là

- A.  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 4.$
- B.  $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 5.$
- C.  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = \sqrt{5}.$
- D.  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 5.$

**33.3.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu ( $S$ ) có đường kính  $AB$  với  $A(2;1;1)$ ,  $B(0;3;-1)$  là

- A.  $x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3.$
- B.  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3.$
- C.  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9.$
- D.  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9.$

**Bài tập mở rộng**

**33.4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu ( $S$ ) có tâm  $I(-1;4;2)$  và thể tích bằng  $\frac{256\pi}{3}$ . Phương trình của ( $S$ ) là

- A.  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 2)^2 = 16.$
- B.  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 2)^2 = 4.$
- C.  $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z + 2)^2 = 4.$
- D.  $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z + 2)^2 = 4.$

**33.5.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu ( $S$ ) đi qua  $A(3;-1;2)$ ,  $B(1;1;-2)$  và có tâm  $I$  thuộc trục  $Oz$  là

- A.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0.$
- B.  $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 11.$
- C.  $x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 11.$
- D.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 11 = 0.$

**33.6.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu ( $S$ ) có tâm  $I(1;2;3)$  và tiếp xúc với trục hoành có dạng

- A.  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 13.$
- B.  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 5.$
- C.  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 9.$
- D.  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25.$

**33.7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng ( $P$ ):  $x - 2y - 2z - 8 = 0$ . Phương trình mặt cầu tâm  $I(1;2;-1)$  và tiếp xúc mặt phẳng ( $P$ ) là

- A.  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3.$
- B.  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3.$
- C.  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9.$
- D.  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9.$

- Câu 34.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $M(1;1;-1)$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta : \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$  có phương trình là
- A.  $2x + 2y + z + 3 = 0$ .  
 B.  $x - 2y - z = 0$ .  
 C.  $2x + 2y + z - 3 = 0$ .  
 D.  $x - 2y - z - 2 = 0$ .

**Lời giải tham khảo**

Mặt phẳng  $(P) : \begin{cases} \text{Qua điểm } M(1;1;-1) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = (2;2;1) \end{cases}$  có dạng  $(P) : 2.(x-1) + 2.(y-1) + 1.(z+1) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x + 2y + z - 3 = 0. \text{ Chọn đáp án C.}$$

**Bài tập tương tự**

- 34.1.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1;-3;1)$  và vuông góc với đường thẳng  $d : \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ .

- A.  $3x - 2y + z - 3 = 0$ .  
 B.  $3x - 2y + z + 2 = 0$ .  
 C.  $3x + 2y - z + 10 = 0$ .  
 D.  $3x - 2y + z - 10 = 0$ .

- 34.2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;-1;1)$ ,  $B(1;0;3)$  và  $C(0;-2;-1)$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  và vuông góc với đường thẳng  $BC$ .

- A.  $x - y + z + 2 = 0$ .  
 B.  $x + 2y + 4z + 2 = 0$ .  
 C.  $x - y - z + 2 = 0$ .  
 D.  $x + 2y + 4z - 3 = 0$ .

- 34.3.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn  $AB$  với  $A(2;-3;-1)$ ,  $B(4;-1;2)$  là

- A.  $2x + 2y + 3z + 1 = 0$ .  
 B.  $8x - 8y - 12z + 15 = 0$ .  
 C.  $x + y - z = 0$ .  
 D.  $4x + 4y + 6z - 7 = 0$ .

**Bài tập mở rộng**

- 34.4.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(0;1;3)$  và song song với mặt phẳng  $(Q) : 2x - 3z + 1 = 0$  có dạng

- A.  $2x - 3z + 9 = 0$ .  
 B.  $2x - 3z - 9 = 0$ .  
 C.  $2x - 3z + 3 = 0$ .  
 D.  $2x - 3z + 3 = 0$ .

- 34.5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;0;0)$ ,  $B(0;-2;0)$ ,  $C(0;0;3)$ . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  $A$ ,  $B$ ,  $C$  có dạng

- A.  $2x - 3y + 6z - 6 = 0$ .

- B.  $3x - 6y - 2z + 6 = 0$ .
- C.  $6x - 3y + 2z - 6 = 0$ .
- D.  $2x + 6y - 3z - 6 = 0$ .

**34.6.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(1;0;2)$ ,  $B(1;1;1)$ ,  $C(2;3;0)$  có dạng

- A.  $x + y - z + 1 = 0$ .
- B.  $x - y - z + 1 = 0$ .
- C.  $x + y + z - 3 = 0$ .
- D.  $x + y - 2z - 3 = 0$ .

**34.7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt  $(P_1)$ :  $x + 2y + 3z + 4 = 0$  và  $(P_2)$ :  $3x + 2y - z + 1 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(1;1;1)$ , vuông góc với  $(P_1)$  và  $(P_2)$ .

- A.  $(P) : 4x - 5y + 2z - 1 = 0$ .
- B.  $(P) : 4x + 5y - 2z - 1 = 0$ .
- C.  $(P) : 4x - 5y - 2z + 1 = 0$ .
- D.  $(P) : 4x + 5y + 2z + 1 = 0$ .

**34.8.** Trong không gian  $Oxyz$ , Phương trình mặt phẳng  $(P)$  chứa đường  $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ ; đồng thời vuông góc với mặt phẳng  $(Q) : 2x + y - z = 0$  là

- A.  $(P) : x + 2y - 1 = 0$ .
- B.  $(P) : x - 2y + z = 0$ .
- C.  $(P) : x - 2y - 1 = 0$ .
- D.  $(P) : x + 2y + z = 0$ .

**Câu 35.** Trong không gian  $Oxyz$ , véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm  $M(2;3;-1)$  và  $N(4;5;3)$  ?

- A.  $\vec{u} = (1;1;1)$ .
- B.  $\vec{u} = (1;1;2)$ .
- C.  $\vec{u} = (3;4;1)$ .
- D.  $\vec{u} = (3;4;2)$ .

### *Lời giải tham khảo*

Một véctơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm  $M$ ,  $N$  là  $\vec{u} = \overrightarrow{MN} = (2;2;4) = 2.(1;1;2)$ .

**Chọn đáp án B.**

### *Bài tập tương tự*

**35.1.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;3;-4)$  và  $B(4;-1;-2)$ . Véctơ nào dưới đây là 1 véctơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ .

- A.  $\vec{u} = (6;2;-3)$ .
- B.  $\vec{u} = (3;1;-3)$ .
- C.  $\vec{u} = (1;-2;1)$ .
- D.  $\vec{u} = (-1;2;1)$ .

**35.2.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $M_1$ ,  $M_2$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M(2;5;4)$  lên trục  $Oy$  và mặt phẳng  $(Oxz)$ . Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng  $M_1M_2$ .

- A.  $\vec{u}_2 = (-2;5;4)$ .
- B.  $\vec{u}_4 = (2;5;4)$ .
- C.  $\vec{u}_3 = (2;-5;4)$ .
- D.  $\vec{u}_1 = (-2;-5;4)$ .

- 35.3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P)$ :  $2x + y - z - 1 = 0$ ,  $(Q)$ :  $x - 2y + z - 5 = 0$ . Khi đó giao tuyến của  $(P)$  và  $(Q)$  có một vectơ chỉ phương là
- A.  $\vec{u} = (1; -2; 1)$ .      B.  $\vec{u} = (2; 1; -1)$ .  
 C.  $\vec{u} = (1; 3; 5)$ .      D.  $\vec{u} = (-1; 3; -5)$ .

**Bài tập mở rộng**

- 35.4.** Phương trình trung tuyến  $AM$  của  $\Delta ABC$  với  $A(3; 1; 2)$ ,  $B(-3; 2; 5)$ ,  $C(1; 6; -3)$  là

A. 
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 8 - 4t \end{cases}$$
      B. 
$$\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -3 + 3t \\ z = 4 - 1t \end{cases}$$
  
 C. 
$$\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$$
      D. 
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 + 4t \\ z = 4 - t \end{cases}$$

- 35.5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0; -1; 3)$ ,  $B(1; 0; 1)$ ,  $C(-1; 1; 2)$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A$  và song song với  $BC$ .

A.  $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .      B.  $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .  
 C.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ .      D.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ .

- 35.6.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng đi qua điểm  $M(2; -1; 0)$  và song song với đường thẳng  $d$ :  $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$  có dạng

A.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$ .      B.  $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ .  
 C.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{3}$ .      D.  $\frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ .

- 35.7.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $M(3; -1; 2)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ :  $x - 2y + z - 3 = 0$  có phương trình là

A.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$ .      B.  $\frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{1}$ .  
 C.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ .      D.  $\frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$ .

- 35.8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-1; 1; 3)$  và hai đường thẳng  $d_1$ :  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$ ;

$d_2$ :  $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$ . Phương trình đường thẳng đi qua  $M$ , vuông góc với  $d_1$  và  $d_2$  là

A. 
$$\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$
      B. 
$$\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$
  
 C. 
$$\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$$
      D. 
$$\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

**Câu 36.** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là chẵn bằng

A.  $\frac{41}{81}$ .

B.  $\frac{4}{9}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{16}{81}$ .

**Lời giải tham khảo**

Số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau có  $9A_9^2 = 648$  số.

Chọn một số trong 648 số  $\Rightarrow$  Số phần tử không gian mẫu  $n(\Omega) = C_{648}^1 = 648$ .

Gọi  $A$  là biến cố “số được chọn có tổng các chữ số là chẵn”.

Từ tập các số tự nhiên  $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ , có 5 số chẵn và 5 số lẻ.

Trường hợp thuận lợi của biến cố  $A$  là:

TH1. Ba chữ số đều là số chẵn với số đâu khác 0 có  $4A_4^2 = 48$  số.

TH2. Ba chữ số có hai số lẻ và một số chẵn.

Số cách chọn và sắp xếp hai chữ số lẻ và một số chẵn (có thể có số 0 đứng đầu) là  $C_5^2 \cdot C_5^1 \cdot 3!$ .

Số cách chọn và xếp hai chữ số lẻ và một số chẵn với số 0 đứng đầu là  $C_5^2 \cdot 2!$ .

Do đó số có ba chữ số mà có tổng là số chẵn là  $C_5^2 \cdot C_5^1 \cdot 3! - C_5^2 \cdot 2! = 280$  số.

Suy ra  $n(A) = 48 + 280 = 328$ . Do đó xác suất của biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{328}{648} = \frac{41}{81}$ . **Chọn A.**

**Bài tập tương tự**

**36.1.** Cho tập  $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ . Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ  $X$ . Chọn ngẫu nhiên một phần tử của  $S$ . Tính xác suất để phần tử được chọn có đúng 3 chữ số lẻ ?

A.  $\frac{2}{75}$ .

B.  $\frac{10}{21}$ .

C.  $\frac{3}{22}$ .

D.  $\frac{15}{98}$ .

**36.2.** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có năm chữ số khác nhau đôi một. Xác suất để số được chọn có ba chữ số chẵn và hai chữ số lẻ còn lại đứng kề nhau ?

A.  $\frac{2}{75}$ .

B.  $\frac{8}{147}$ .

C.  $\frac{85}{567}$ .

D.  $\frac{58}{567}$ .

**36.3.** Cho tập hợp  $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ . Gọi  $S$  là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số trong đó chữ số 3 có mặt đúng ba lần, các chữ số còn lại có mặt không quá một lần. Chọn ngẫu nhiên một số từ  $S$ , xác suất để số được chọn chia hết cho 3 bằng

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{1}{3}$ .

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $\frac{1}{15}$ .

**Bài tập mở rộng**

**36.4.** Cho tập hợp  $X = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ . Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 8 chữ số được lập từ  $X$ . Chọn ngẫu nhiên một số từ  $S$ . Tính xác suất sao cho số được chọn thỏa mãn: chữ số 1 có mặt ba lần, chữ số 4 có mặt hai lần và các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

A.  $\frac{15}{343}$ .

B.  $\frac{8}{147}$ .

C.  $\frac{1}{3}$ .

D.  $\frac{7}{20}$ .

**36.5.** Cho 100 tấm thẻ được đánh số liên tiếp từ 1 đến 100, chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất để tổng các số ghi trên 3 thẻ được chọn là một số chia hết cho 2 bằng

A.  $\frac{3}{4}$ .

B.  $\frac{2}{3}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{2}{5}$ .

**36.6.** Trong một hộp có 100 tấm thẻ được đánh số từ 101 đến 200 (mỗi tấm thẻ được đánh một số khác nhau). Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 tấm thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 3 tấm thẻ đó là một số chia hết cho 3 bằng

A.  $\frac{817}{2450}$ .

B.  $\frac{1181}{2450}$ .

C.  $\frac{808}{2450}$ .

D.  $\frac{37026}{161700}$ .

**36.7.** Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11.

A.  $\frac{3}{11}$ .

B.  $\frac{5}{12}$ .

C.  $\frac{2}{5}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

**36.8.** Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh bất kỳ từ các đỉnh của đa giác đều có 12 cạnh  $A_1A_2\dots A_{12}$ . Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác cân.

A.  $\frac{15}{343}$ .

B.  $\frac{5}{12}$ .

C.  $\frac{2}{5}$ .

D.  $\frac{3}{11}$ .

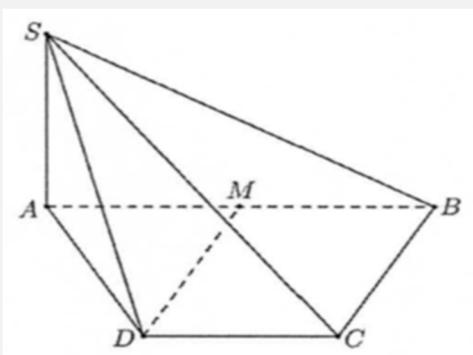
**Câu 37.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang,  $SA$  vuông góc mặt phẳng đáy,  $AB = 2a$ ,  $AD = DC = CB = a$  và  $SA = 3a$  (minh họa hình dưới đây). Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $DM$  bằng

A.  $\frac{3}{4}a$ .

B.  $\frac{3}{2}a$ .

C.  $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$ .

D.  $\frac{6\sqrt{13}}{13}a$ .



#### Lời giải tham khảo

Ta có  $DM \parallel BC \Rightarrow DM \parallel (SBC) \Rightarrow d(DM, SB) = d(DM, (SBC)) = d(M, (SBC)) = \frac{1}{2}d(A, (SBC))$ .

Từ đề suy ra  $ABCD$  nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính  $AB$ .

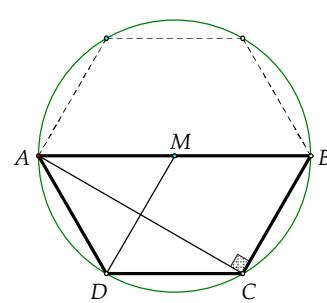
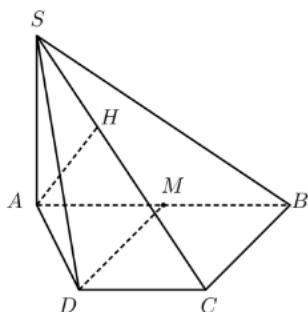
$$\Rightarrow BC \perp AC \Rightarrow AC = a\sqrt{3}.$$

Dựng  $AH \perp SC$ . Ta có  $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp AH$ .

Khi đó, ta có:  $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$ .

Tam giác  $SAC$  vuông tại  $A$  có  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} \Leftrightarrow AH = \frac{AC \times SA}{\sqrt{AC^2 + SA^2}} = \frac{a\sqrt{3} \times 3a}{\sqrt{3a^2 + 9a^2}} = \frac{3a}{2}$ .

Suy ra  $d(DM, SB) = \frac{1}{2}d(A, (SBC)) = \frac{1}{2}AH = \frac{1}{2} \times \frac{3a}{2} = \frac{3a}{4}$ . **Chọn đáp án A.**



**Bài tập tương tự**

- 37.1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$  có  $AD = 2a$ ,  $AB = BC = a$  và  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{2}$ . Khoảng cách giữa hai đường phẳng  $SB$  và  $DC$  bằng
- A.  $\frac{a\sqrt{10}}{5}$ .  
B.  $a\sqrt{7}$ .  
C.  $a\sqrt{5}$ .  
D.  $\frac{a\sqrt{11}}{5}$ .
- 37.2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ , mặt bên  $(SBC)$  là tam giác đều cạnh  $a$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  bằng
- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .  
B.  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ .  
C.  $\frac{a\sqrt{5}}{4}$ .  
D.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .
- 37.3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ , góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$  bằng
- A.  $\frac{a\sqrt{10}}{5}$ .  
B.  $a\sqrt{11}$ .  
C.  $a\sqrt{3}$ .  
D.  $\frac{2a\sqrt{11}}{3}$ .
- Bài tập mở rộng**
- 37.4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Biết góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng
- A.  $\frac{a\sqrt{10}}{5}$ .  
B.  $a\sqrt{2}$ .  
C.  $a$ .  
D.  $\frac{a\sqrt{42}}{7}$ .

- 37.5. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông, cạnh bằng  $a$ . Tam giác  $SAD$  đều và nằm trong mặt vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm  $D$  đến  $(SBC)$  bằng
- A.  $a\sqrt{21}$ .  
 B.  $a\sqrt{3}$ .  
 C.  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .  
 D.  $\frac{a\sqrt{21}}{21}$ .
- 37.6. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $AB = BC = a$  và  $AD = 2a$ . Biết  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SDC)$  bằng
- A.  $\frac{1}{2}a$ .  
 B.  $\frac{1}{4}a$ .  
 C.  $a$ .  
 D.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .
- 37.7. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ ,  $SA = a$  và  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Khoảng cách từ  $A$  đến  $(SBM)$  bằng
- A.  $a\sqrt{5}$ .  
 B.  $a\sqrt{3}$ .  
 C.  $a\sqrt{7}$ .  
 D.  $\frac{4a\sqrt{33}}{33}$ .
- 37.8. Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có  $AB = a$ . Biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Khoảng cách từ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  đến mặt bên  $(SBC)$  bằng
- A.  $\frac{a\sqrt{7}}{3}$ .  
 B.  $a\sqrt{3}$ .  
 C.  $\frac{a\sqrt{21}}{21}$ .  
 D.  $\frac{a\sqrt{13}}{13}$ .

Câu 38. Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(3) = 3$  và  $f'(x) = \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$  với  $x > 0$ . Khi đó  $\int_3^8 f(x)dx$  bằng

A. 7.  
 B.  $\frac{197}{6}$ .  
 C.  $\frac{29}{2}$ .  
 D.  $\frac{181}{6}$ .

Lời giải tham khảo

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } f(x) &= \int f'(x)dx = \int \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}} dx = \int \frac{x(x+1+\sqrt{x+1})}{x^2+x} dx = \int \frac{x+1+\sqrt{x+1}}{x+1} dx \\ &= \int \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x+1}}\right) dx = x + 2\sqrt{x+1} + C. \text{ Do } f(3) = 3 \Leftrightarrow 3 = 3 + 2\sqrt{3+1} + C \Rightarrow C = -4. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } f(x) = x + 2\sqrt{x+1} - 4. \text{ Nên } \int_3^8 f(x)dx = \int_3^8 (x + 2\sqrt{x+1} - 4)dx = \frac{197}{6}.$$

**Chọn đáp án B.**

Bài tập mở rộng

**38.1.** Biết tích phân  $\int_5^6 \frac{dx}{x\sqrt{x-1} + (x-1)\sqrt{x}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$ . Giá trị của biểu thức  $a - bc$  bằng

- A.  $\frac{16}{3}$ .
- B. -19.
- C. 19.
- D. -16.

**38.2.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} ax+1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^2+b & \text{khi } x < 1 \end{cases}$  với  $a, b$  là các tham số thực. Biết rằng  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Tích phân  $I = \int_{-1}^2 f(x)dx$  bằng

- A.  $\frac{1}{3}$ .
- B.  $\frac{19}{3}$ .
- C.  $\frac{26}{3}$ .
- D.  $\frac{25}{3}$ .

**38.3.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2ax & \text{khi } x \leq 0 \\ 3x^2 + 2bx & \text{khi } x > 0 \end{cases}$  (với  $a, b$  là các tham số thực) thỏa  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 2$ . Giá

trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = [f(-1)]^2 + [f(1)]^2$  bằng

- A. 2.
- B. 5.
- C.  $\frac{25}{4}$ .
- D.  $\frac{25}{2}$ .

38.4. Hàm số  $F(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 5 & \text{khi } x \geq 0 \\ 5\cos x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ . Biết rằng  $F\left(-\frac{\pi}{2}\right) + F(1) = 3$ . Giá trị của biểu thức  $T = F(2) - 2F\left(-\frac{\pi}{6}\right)$  bằng

- A.  $\frac{98}{3}$ .
- B. 11.
- C. 21.
- D. 22.

38.5. Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$ ;  $f(0) = 1$  và  $f(1) = 2$ . Giá trị của biểu thức  $P = f(-1) + f(3)$  bằng

- A.  $\frac{1}{2} + \ln 15$ .
- B.  $2 + \ln 15$ .
- C.  $3 + \ln 15$ .
- D.  $\ln 15$ .

38.6. Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}^*$  thỏa mãn  $f''(x) = \frac{1}{x^2}$ ,  $f(-1) = 1$ ,  $f(1) = 0$  và  $f(2) = 0$ . Giá trị của biểu thức  $f(-2)$  bằng

- A.  $1 + 2\ln 2$ .
- B.  $2 + \ln 2$ .
- C.  $3 + \ln 2$ .
- D.  $\ln 2$ .

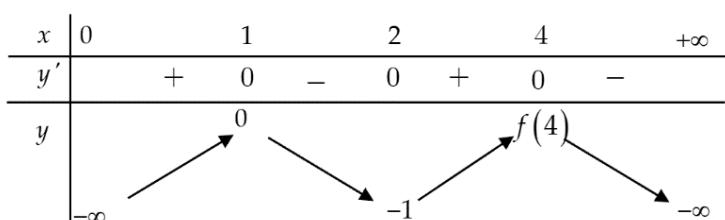
38.7. Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} e^x + m & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x\sqrt{3+x^2} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_{-1}^1 f(x)dx = a.e + b\sqrt{3} + c$  với  $a, b, c \in \mathbb{Q}$ . Tổng  $a + b + 3c$  bằng

- A. 15.
- B. -10.
- C. -19.
- D. -17.

38.8. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$  có bảng biến như hình vẽ. Biết rằng

$\int_1^4 |f'(x)|dx = 5$ . Giá trị của  $f(4)$  bằng

- A.  $\frac{25}{7}$ .
- B. 3.
- C. 15.
- D. 5.



**Câu 39.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{mx - 4}{x - m}$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$  ?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

#### Lời giải tham khảo

Điều kiện  $x - m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m$ .

Hàm số đã cho đồng biến trên  $(0; +\infty)$   $\Leftrightarrow y' = \frac{-m^2 + 4}{(x - m)^2} > 0, \forall \begin{cases} x \in (0; +\infty) \\ x \neq m \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 4 > 0 \\ m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 0$  và do  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{-1; 0\}$ . Chọn đáp án D.

#### Bài tập tương tự

**39.1.** Biết tham số thực  $m \in (a; b]$  với  $a < b$  thì hàm số  $y = \frac{mx + 4}{x + m}$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .

Giá trị của biểu thức  $a^2 + 3b$  bằng

- A. 3.
- B. 1.
- C. -3.
- D. -1.

**39.2.** Tìm tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$  đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

- A.  $m > 2$ .
- B.  $m \leq 0$ .
- C.  $1 \leq m < 2$ .
- D.  $m > 0$ .

**39.3.** Cho hàm số  $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên dương của  $m$  để hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; e)$ . Tìm số phần tử của  $S$ .

- A. 2.
- B. 4.
- C. 3.
- D. 1.

#### Bài tập mở rộng

**39.4.** Tập hợp các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = -x^3 - 6x^2 + (4m - 9)x + 4$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  là

- A.  $(-\infty; 0]$ .
- B.  $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$ .
- C.  $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$ .
- D.  $[0; +\infty)$ .

39.5. Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$  nghịch biến trên khoảng  $(0;1)$ .

- A.  $m \in [-1; +\infty)$ .
- B.  $m \in (-\infty; 0]$ .
- C.  $m \in [0; 1]$ .
- D.  $m \in [-1; 0]$ .

39.6. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 9x^2 + mx - 12 \ln x$  nghịch biến trên khoảng xác định của nó?

- A. 20.
- B. 18.
- C. 27.
- D. Vô số.

39.7. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^2 + 64\sqrt{x+m-2} + mx$  đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. 32.
- B. 33.
- C. 64.
- D. 28.

39.8. Có bao nhiêu số nguyên  $m \in [-2018; 2018]$  để hàm số  $y = \frac{1-m^3}{4}x^4 + x^3 + \frac{4-m}{2}x^2 + 2x$  luôn đồng biến  $\forall x \in [2; 4]$ .

- A. 4037.
- B. 2021.
- C. 2019.
- D. 2020.

Câu 40. Cho hình nón có chiều cao bằng  $2\sqrt{5}$ . Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng  $9\sqrt{3}$ . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A.  $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$ .
- B.  $32\pi$ .
- C.  $32\sqrt{5}\pi$ .
- D.  $96\pi$ .

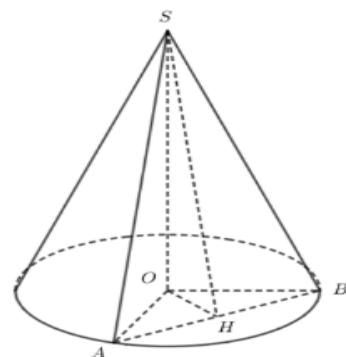
#### Lời giải tham khảo

Theo đề bài, có  $h = SO = 2\sqrt{5}$  và tam giác  $SAB$  đều.

$$\Rightarrow S_{\Delta_{SAB}} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{AB^2 \times \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow AB = 6 = SA.$$

Có  $\Delta SOA$  vuông tại  $O \Rightarrow r = OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4$ .

Thể tích khối nón  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 4^2 \times 2\sqrt{5} = \frac{32\sqrt{5}}{3}\pi$ . **Chọn A.**



**Bài tập tương tự**

**40.1.** Cho hình nón tròn xoay có chiều cao  $h = 20\text{cm}$ , bán kính đáy  $r = 25\text{cm}$ . Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là  $12\text{cm}$ . Diện tích của thiết diện đó bằng

- A.  $500\text{cm}^2$ .
- B.  $400\text{cm}^2$ .
- C.  $300\text{cm}^2$ .
- D.  $406\text{cm}^2$ .

**40.2.** Cho hình nón đỉnh  $S$  có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng  $2a$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $S$  cắt đường tròn đáy tại  $A$  và  $B$  sao cho  $AB = 2\sqrt{3}a$ . Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến  $(P)$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ .
- B.  $a$ .
- C.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .
- D.  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .

**40.3.** Cho hình nón đỉnh  $S$ , đáy là hình tròn tâm  $O$ , bán kính  $R = 3\text{cm}$ , góc ở đỉnh hình nón là  $\varphi = 120^\circ$ . Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh  $S$  tạo thành tam giác đều  $SAB$ , trong đó  $A, B$  thuộc đường tròn đáy. Diện tích tam giác  $SAB$  bằng

- A.  $3\sqrt{3}\text{ cm}^2$ .
- B.  $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$ .
- C.  $6\text{ cm}^2$ .
- D.  $3\text{ cm}^2$ .

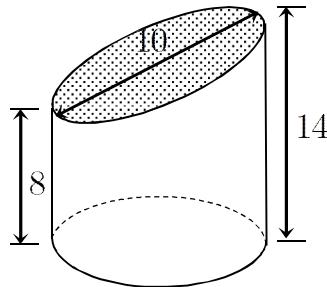
**Bài tập mở rộng**

**40.4.** Cho hình trụ có đường cao  $h = 5\text{cm}$ , bán kính đáy  $r = 3\text{cm}$ . Xét mặt phẳng  $(P)$  song song với trục của hình trụ, cách trục  $2\text{cm}$ . Tính diện tích  $S$  thiết diện của hình trụ với  $(P)$ .

- A.  $S = 5\sqrt{5}\text{cm}^2$ .
- B.  $S = 6\sqrt{5}\text{cm}^2$ .
- C.  $S = 3\sqrt{5}\text{cm}^2$ .
- D.  $S = 10\sqrt{5}\text{cm}^2$ .

**40.5.** Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng ta được một khối  $(H)$  như hình vẽ bên dưới. Biết rằng thiết diện là một hình elip có độ dài trục lớn bằng  $10$ , khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần mặt đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất tới mặt đáy lần lượt là  $8$  và  $14$  (xem hình vẽ). Tính thể tích  $V_{(H)}$  của  $(H)$ .

- A.  $V_{(H)} = 192\pi.$
- B.  $V_{(H)} = 275\pi.$
- C.  $V_{(H)} = 704\pi.$
- D.  $V_{(H)} = 176\pi.$



**40.6.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $ABCD$  và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp.

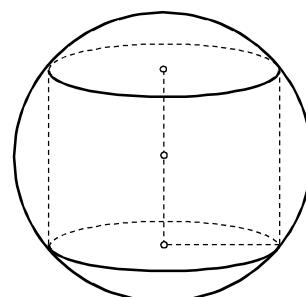
- A.  $S_{xq} = \frac{9\pi}{2}.$
- B.  $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{4}.$
- C.  $S_{xq} = 9\pi.$
- D.  $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{2}.$

**40.7.** Một nhà máy cần sản xuất các hộp hình trụ kín cả hai đầu có thể tích  $V$  cho trước. Mối quan hệ giữa bán kính đáy  $R$  và  $h$  của hình trụ để diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất là

- A.  $h = 3R.$
- B.  $R = h.$
- C.  $h = 2R.$
- D.  $R = 2h.$

**40.8.** Cho mặt cầu ( $S$ ) bán kính  $R = \sqrt{2}$ . Một hình trụ có chiều cao  $h$  và bán kính đáy  $r$  thay đổi nội tiếp mặt cầu. Diện tích xung quanh lớn nhất của khối trụ bằng

- A.  $2\pi.$
- B.  $4\pi.$
- C.  $6\pi.$
- D.  $8\pi.$



**Câu 41.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x + y)$ . Giá trị của  $\frac{x}{y}$  bằng

- A. 2.                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\log_2 \frac{3}{2}$ .                      D.  $\log_{\frac{3}{2}} 2$ .

**Lời giải tham khảo**

Đặt  $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x + y) = t$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ 2x + y = 4^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2 \cdot 9^t \\ y = 6^t \\ 2x + y = 4^t \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot 9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow 2 \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2}.$$

Khi đó  $\frac{x}{y} = \frac{9^t}{6^t} = \left(\frac{9}{6}\right)^t = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2}$ . Chọn đáp án B.

**Bài tập tương tự**

**41.1.** Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a + b)$ . Giá trị của  $\frac{a}{b}$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ .  
 C.  $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ .                      D.  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ .

**41.2.** Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a - b}{3}$ . Tính tỉ số  $T = \frac{a}{b}$ .

- A.  $T = \frac{5}{4}$ .                      B.  $T = \frac{2}{3}$ .  
 C.  $T = \frac{3}{2}$ .                      D.  $T = \frac{4}{5}$ .

**41.3.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_{\sqrt{10}} x = \log_{\sqrt{15}} y = \log_5(x + y)$ . Tính tỉ số  $\frac{y}{x}$ .

- A.  $\frac{y}{x} = \frac{3}{2}$ .                      B.  $\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$ .  
 C.  $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$ .

**Bài tập mở rộng**

**41.4.** Cho  $9^x + 9^{-x} = 14$  và  $\frac{6 + 3(3^x + 3^{-x})}{2 - 3^{x+1} - 3^{1-x}} = \frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $P = a.b$ .

- A.  $P = 10$ .  
 B.  $P = -10$ .  
 C.  $P = -45$ .  
 D.  $P = 45$ .

**41.5.** Cho  $a, b, c > 0$  thỏa  $a^{\log_2 5} = 4$ ,  $b^{\log_4 6} = 16$ ,  $c^{\log_7 3} = 49$ . Tính  $T = a^{\log_2^2 5} + b^{\log_4^2 6} + 3c^{\log_7^2 3}$ .

- A.  $T = 126$ .

B.  $T = 5 + 2\sqrt{3}$ .

C.  $T = 88$ .

D.  $T = 3 - 2\sqrt{3}$ .

**41.6.** Biết rằng  $2^{\frac{x+1}{x}} = \log_2 [14 - (y-2)\sqrt{y+1}]$  với  $x > 0$ . Tính  $P = x^2 + y^2 - xy + 1$ .

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

**41.7.** Biết phương trình  $27^x - 27^{1-x} - 16\left(3^x - \frac{3}{3^x}\right) + 6 = 0$  có các nghiệm  $x = a$ ,  $x = \log_3 b$  và  $x = \log_3 c$  với  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $b > c > 0$ . Tỉ số  $\frac{b}{c}$  thuộc khoảng nào sau đây ?

A.  $(3; +\infty)$ .

B.  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .

C.  $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ .

D.  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ .

**41.8.** Biết rằng  $a, b, c > 1$  thỏa  $\log_{ab}(bc) = 2$ . Giá trị của  $P = \log_{\frac{c}{b}} a^4 + \log_{\frac{c}{a}}(ab)$  bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Câu 42.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số thực  $m$  sao cho giá trị lớn nhất của hàm số  $y = |x^3 - 3x + m|$  trên đoạn  $[0; 3]$  bằng 16. Tính tổng các phần tử của  $S$  bằng

A. -16.

B. 16.

C. -12.

D. -2.

### *Lời giải tham khảo*

Xét hàm số  $f(x) = x^3 - 3x + m$  có  $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [0; 3]$  hoặc  $x = -1 \in [0; 3]$ .

Có  $f(0) = m$ ,  $f(1) = m - 2$ ,  $f(3) = m + 18$ . Khi đó  $\begin{cases} \max_{[0;3]} f(x) = \max\{m; m - 2; m + 18\} = m + 18 \\ \min_{[0;3]} f(x) = \min\{m; m - 2; m + 18\} = m - 2 \end{cases}$ .

Suy ra:  $\max_{[0;3]} y = \max_{[0;3]} |f(x)| = \max \{|m - 2|; |m + 18|\} = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} |m - 2| = 16 \\ |m + 18| < 16 \end{cases} \Leftrightarrow m = -14$  .  
 $\begin{cases} |m + 18| = 16 \\ |m - 2| < 16 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$  .

Do đó tổng các phần tử của  $S$  bằng  $(-2) + (-14) = -16$ . Chọn đáp án A.

**Bài tập tương tự**

**42.1.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  sao cho giá trị lớn nhất của hàm số  $y = |x^3 - 3x + m|$  trên đoạn  $[0; 2]$  bằng 3. Số phần tử của  $S$  là

- A. 1.
- B. 2.
- C. 0.
- D. 6.

**42.2.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  sao cho giá trị lớn nhất của hàm số  $y = |\ln^2 x + \ln x + m|$  trên đoạn  $[1; e]$  bằng 2. Số phần tử của  $S$  là

- A. 1.
- B. 2.
- C. 4.
- D. 6.

**42.3.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  sao cho giá trị lớn nhất của hàm số  $y = |\sin^2 x - 2\sin x + m|$  bằng 1. Số phần tử của  $S$  là

- A. 0.
- B. 1.
- C. 4.
- D. 3.

**Bài tập mở rộng**

**42.4.** Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \left| \frac{(m+1)x + m - 1}{x+1} \right|$  trên đoạn  $[-3; -2]$  bằng  $\frac{1}{2}$ .

- A. 1.
- B. 2.
- C. 0.
- D. 6.

**42.5.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  sao cho giá trị lớn nhất của hàm số  $y = |x^2 + x + 2|e^{x+m^2}$  trên đoạn  $[-1; 0]$  bằng  $2e$ . Số phần tử của  $S$  là

- A. 1.
- B. 2.
- C. 4.
- D. 6.

**42.6.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$  với  $m$  là tham số thực. Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị của tham số  $m$  để giá trị lớn nhất của hàm số  $g(x) = |f(x)|$  trên đoạn  $[1; 2]$  đạt giá trị nhỏ nhất. Hỏi tập  $S$  có bao nhiêu phần tử ?

- A. 1.
- B. 2.

C. 4.

D. 6.

42.7. biết giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \sqrt{4x^2 - 4mx + 2m^2} + |x|$  bằng  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng** ?

A.  $|m| \in \left[ \frac{1}{10}; \frac{3}{10} \right]$ .

B.  $|m| \in \left[ \frac{3}{10}; \frac{5}{10} \right]$ .

C.  $|m| \in \left[ \frac{5}{10}; \frac{7}{10} \right]$ .

D.  $|m| \in \left[ \frac{7}{10}; \frac{9}{10} \right]$ .

42.8. Biết hàm số  $y = (x+m)^3 + (x+n)^3 - x^3$  ( $m, n$  tham số) đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = 4(n^2 + m^2) - m - n$  bằng

A. -16.

B. 4.

C.  $-\frac{1}{16}$ .

D. 2.

**Câu 43.** Cho phương trình  $\log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$  ( $m$  tham số). Tập hợp các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[1; 2]$ .

A.  $(1; 2)$ .

B.  $[1; 2]$ .

C.  $[1; 2)$ .

D.  $[2; +\infty)$ .

### Lời giải tham khảo

Phương trình  $\log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0 \Leftrightarrow (1 + \log_2 x)^2 - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x - m \log_2 x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 2] \\ x = 2^{m-1} \end{cases}.$$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $\in [1; 2]$  thì  $x = 2^{m-1}$  có đúng một nghiệm khác 2

$$\Leftrightarrow 1 \leq 2^{m-1} < 2 \Leftrightarrow 2^0 \leq 2^{m-1} < 2^1 \Leftrightarrow 0 \leq m-1 < 1 \Leftrightarrow 1 \leq m < 2. \text{ Chọn đáp án C.}$$

### Bài tập tương tự

43.1. Giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $9^x - 2(2m+1).3^x + 3(4m-1) = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1+2)(x_2+2) = 12$  thuộc khoảng nào sau đây ?

A.  $(3; 9)$ .

B.  $(9; +\infty)$ .

C.  $\left( \frac{1}{4}; 3 \right)$ .

D.  $\left( -\frac{1}{2}; 2 \right)$ .

**43.2.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  sao cho phương trình  $x \cdot 2^x = x(x - m + 1) + m(2^x - 1)$  có hai nghiệm ?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. Vô số.

**43.3.** Cho phương trình  $3^{2x^2-3x+m} + 9 = 3^{x^2-x+2} + 3^{x^2-2x+m}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in [-2018; 2018]$  để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt ?

- A. 2018.
- B. 2019.
- C. 2020.
- D. 2021.

**Bài tập mở rộng**

**43.4.** Tìm  $m$  để phương trình  $5^{2x^2-6x+2m} - 5^{x^2-2x+2} - 5^{x^2-4x+2m} + 25 = 0$  có 4 nghiệm phân biệt.

- A.  $0 \neq m < 1$ .
- B.  $2 \neq m < 3$ .
- C.  $4 \neq m > 3$ .
- D.  $1 \neq m < 3$ .

**43.5.** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị của  $m$  để phương trình  $m \cdot 3^{x^2-7x+12} + 3^{2x-x^2} = 9 \cdot 3^{10-5x} + m$  có 3 nghiệm thực phân biệt. Tìm số phần tử của  $S$ .

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. Vô số.

**43.6.** Biết  $m_0$  là giá trị duy nhất của tham số  $m$  để phương trình  $2^{x^2} \cdot 3^{mx-1} = 6$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 + x_2 = \log_2 81$ . Mệnh đề nào dưới đây là **đúng** ?

- A.  $m_0 \in (-7; -2)$ .
- B.  $m_0 \in (-2; 5)$ .
- C.  $m_0 \in (6; 7)$ .
- D.  $m_0 \in (5; 6)$ .

**43.7.** Tìm tập hợp tham số  $m$  để phương trình  $4^x - m \cdot 2^x + 2m - 5 = 0$  có hai nghiệm trái dấu.

- A.  $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$ .
- B.  $\left(0; \frac{5}{2}\right)$ .
- C.  $(0; +\infty)$ .
- D.  $\left(\frac{5}{2}; 4\right)$ .

- 43.8. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để tồn tại duy nhất cặp  $(x; y)$  thỏa mãn đồng thời các điều kiện  $\log_{x^2+y^2+2}(4x + 4y - 4) = 1$  và  $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$ . Tổng các phần tử của  $S$  bằng
- A. 33.  
B. 24.  
C. 15.  
D. 5.

Câu 44. Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $\cos 2x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)e^x$ , họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f'(x)e^x$  là

- A.  $-\sin 2x + \cos 2x + C$ .  
B.  $-2\sin 2x + \cos 2x + C$ .  
C.  $-2\sin 2x - \cos 2x + C$ .  
D.  $2\sin 2x - \cos 2x + C$ .

#### Lời giải tham khảo

Áp dụng  $F'(x) = f(x)$ , ta có:  $(\cos 2x)' = f(x)e^x \Leftrightarrow -2\sin 2x = f(x)e^x$ .

Đặt  $I = \int f'(x)e^x dx$ . Chọn  $\begin{cases} u = e^x \Rightarrow du = e^x dx \\ dv = \int f'(x)dx \Rightarrow v = f(x) \end{cases} \Rightarrow I = e^x f(x) - \int e^x f(x)dx + C$   
 $= -2\sin 2x + \int 2\sin 2x dx + C = -2\sin 2x - \cos 2x + C$ . **Chọn đáp án C.**

#### Bài tập tương tự

44.1. Cho  $F(x) = \frac{x^2}{4}$  là một nguyên hàm của  $\frac{f(x)}{x}$ . Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f'(x)\ln x$ .

- A.  $\frac{x^2}{2} \left( \ln x - \frac{1}{2} \right) + C$ .  
 B.  $\frac{x^2}{2} + \left( \ln x + \frac{1}{2} \right) + C$ .  
 C.  $\frac{x^2}{2} \left( \ln x - \frac{1}{2x} \right) + C$ .  
 D.  $\frac{x^2}{2} \left( \ln x + \frac{1}{2x} \right) + C$ .

44.2. Cho  $F(x) = -x.e^x$  là một nguyên hàm của  $f(x)e^{2x}$ . Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f'(x)e^{2x}$ .

- A.  $2(1-x)e^x + C$ .  
 B.  $\frac{1-x}{2}e^x + C$ .  
 C.  $(x-1)e^x + C$ .  
 D.  $(x-2)e^x + C$ .

44.3. Cho  $F(x) = x \tan x + \ln |\cos x|$  là một nguyên hàm của hàm số  $\frac{f(x)}{\cos^2 x}$ . Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f'(x) \tan x$ .

- A.  $\ln|\cos x| + C$ .
- B.  $\ln|\sin x| + C$ .
- C.  $-\ln|\cos x| + C$ .
- D.  $-\ln|\sin x| + C$ .

**Bài tập mở rộng**

**44.4.** Biết  $F(x) = (ax^2 + bx + c).e^{-x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (2x^2 - 5x + 2).e^{-x}$  trên  $\mathbb{R}$ . Giá trị của biểu thức  $f[F(0)]$  bằng

- A.  $-e^{-1}$ .
- B.  $9e$ .
- C.  $20e^2$ .
- D.  $3e$ .

**44.5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[1; 2]$  thỏa mãn  $f(1) = 4$  và  $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

- A. 5.
- B. 10.
- C. 15.
- D. 20.

**44.6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, không âm trên đoạn  $[0; \pi/2]$  thỏa mãn  $f(0) = \sqrt{3}$  và  $f(x).f'(x) = \cos x \sqrt{1 + f^2(x)}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất  $m$  và giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

- A.  $m = \frac{\sqrt{21}}{2}, M = 2\sqrt{2}$ .
- B.  $m = \frac{5}{2}, M = 3$ .
- C.  $m = \sqrt{2}, M = \sqrt{3}$ .
- D.  $m = \sqrt{3}, M = 2\sqrt{2}$ .

**44.7.** Giả sử  $\int \frac{(2x+3)dx}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} = -\frac{1}{g(x)} + C$  với  $C$  là hằng số. Tổng các nghiệm của phương trình  $g(x) = 0$  bằng

- A. -1.
- B. 1.
- C. 3.
- D. -3.

**44.8.** Tìm số thực  $a$ , biết rằng  $\int_0^1 \frac{ax^{2016}}{(x+2)^{2018}} dx = 1$ .

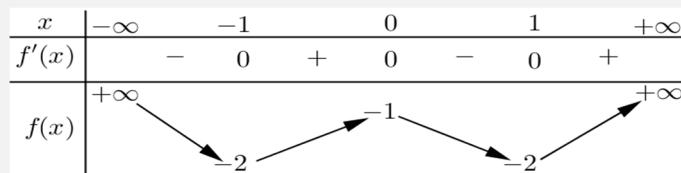
A.  $a = 2017.3^{2017}$ .

B.  $a = 4034.3^{2017}$ .

C.  $a = 4034$ .

D.  $a = 2017$ .

**Câu 45.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thuộc đoạn  $[-\pi; 2\pi]$  của phương trình  $2f(\sin x) + 3 = 0$  là

A. 4.

B. 6.

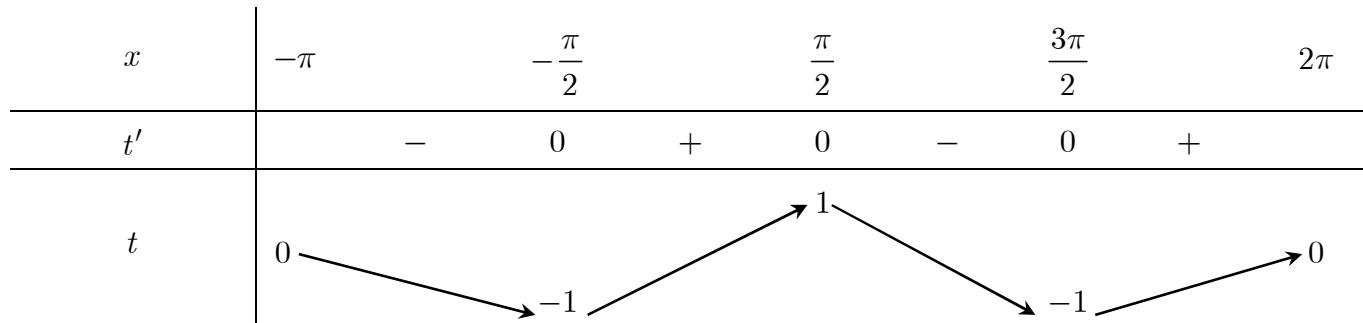
C. 3.

D. 8.

### Lời giải tham khảo

Đặt  $t = \sin x$  và  $t' = \cos x$ ,  $t' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

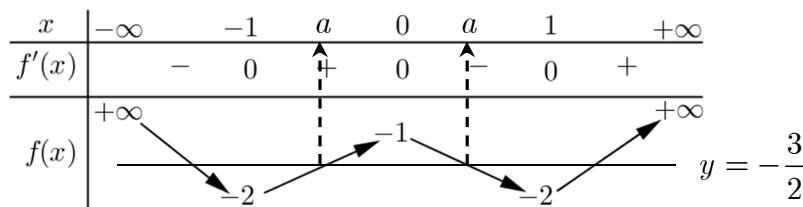
Do  $x \in [-\pi; 2\pi] \Rightarrow x \in \left\{ \pm \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right\}$ .



Từ bảng biến thiên, suy ra  $x \in [-\pi; 2\pi] \Rightarrow t \in [-1; 1]$ .

Úng với mỗi  $t \in (-1; 0]$  cho ta 4 nghiệm  $x$ , úng với mỗi  $t \in (0; 1) \cup \{-1\}$  cho ta 2 nghiệm  $x$ , úng với  $t = 1$  cho ta 1 nghiệm  $x$ .

Khi đó phương trình trở thành  $2f(t) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(t) = -\frac{3}{2}$ ,  $\forall t \in [-1; 1]$ .



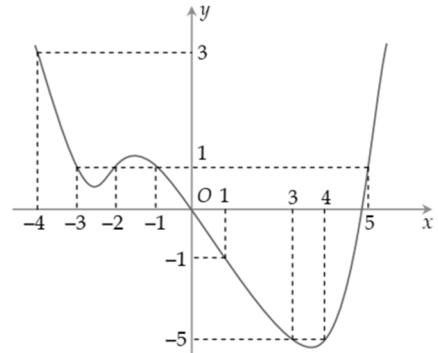
Dựa vào bảng biến thiên, suy ra trên đoạn  $[-1; 1]$  thì phương trình có hai nghiệm là  $t = a \in (-1; 0)$  cho 4 nghiệm  $x$  và  $t = b \in (0; 1)$  cho 2 nghiệm  $x$ .

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm. **Chọn đáp án B.**

**Bài tập mở rộng**

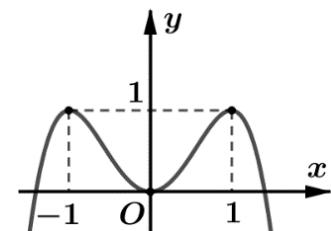
- 45.1. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình  $f(2 \sin x) - 1 = 0$  trên đoạn  $[0; 2\pi]$  là

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.



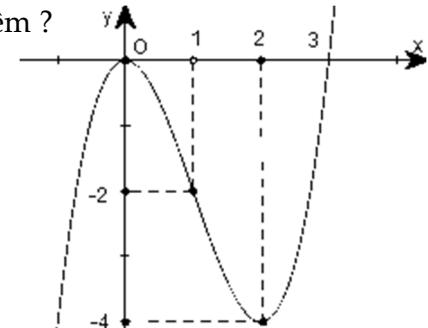
- 45.2. Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$ , ( $a \neq 0$ ) như hình vẽ bên dưới. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn nghiệm của phương trình  $f(f(\cos 2x)) = 0$ .

- A. 1.
- B. 3.
- C. 4.
- D. Vô số.



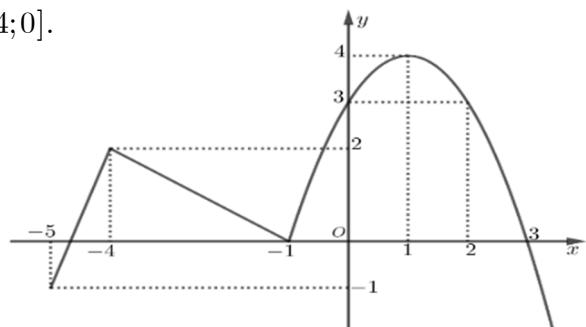
- 45.3. Cho hàm số bậc ba  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  và  $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình  $f(\sqrt{-x^2 + 4x - 3}) = -2$  có bao nhiêu nghiệm ?

- A. 1.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 5.



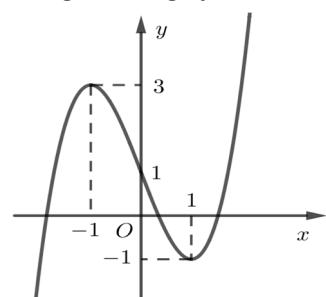
- 45.4. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Có mấy giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $2f(f(x)) = m$  có đúng 4 nghiệm phân biệt  $x \in [-4; 0]$ .

- A. 1.
- B. 2.
- C. 7.
- D. 5.



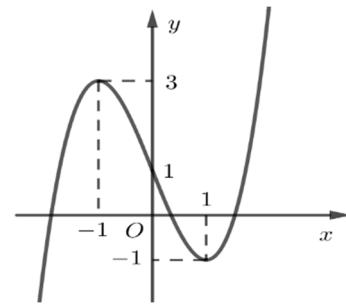
- 45.5. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $f(f(\sin x)) = m$  có nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$  ?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.



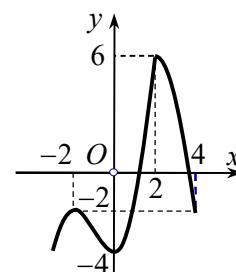
- 45.6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f(\sin x) = 3 \sin x + m$  có nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$ . Tổng các phần tử của  $S$  bằng

- A. -9.
- B. -10.
- C. -6.
- D. -5.



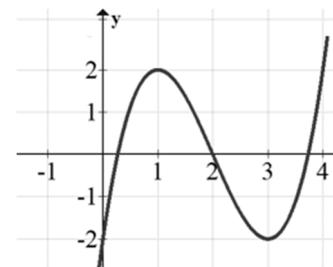
- 45.7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên dưới. Có bao nhiêu số nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $\frac{1}{3}f\left(\frac{x}{2} + 1\right) + x = m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[-2; 2]$ .

- A. 8.
- B. 9.
- C. 10.
- D. 11.



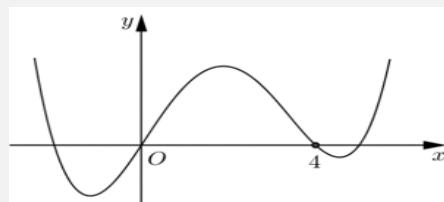
- 45.8.** Cho hàm số bậc ba  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  và  $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ. Phương trình  $f(x) = f(8a + 4b + 2c + d)$  có bao nhiêu nghiệm ?

- A. 0.
- B. 2.
- C. 1.
- D. 3.

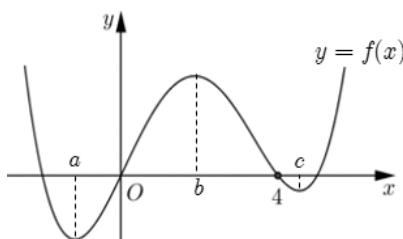


- Câu 46.** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây. Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$  là

- A. 5.
- B. 3.
- C. 7.
- D. 11.



#### Lời giải tham khảo



Giả sử hàm số có ba điểm cực trị là  $a, b, c$  (hình vẽ), tức  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a < 0 \\ x = b \in (0; 4). \\ x = c > 4 \end{cases}$

$$\text{Ta có } g'(x) = (3x^2 + 6x)f'(x^3 + 3x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 6x = 0 \\ f'(x^3 + 3x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 6x = 0 & (1) \\ x^3 + 3x^2 = a < 0 & (2) \\ x^3 + 3x^2 = b \in (0; 4) & (3) \\ x^3 + 3x^2 = c > 4 & \end{cases}.$$

Xét hàm số  $h(x) = x^3 + 3x^2$  có  $h'(x) = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow h(0) = 0 \\ x = -2 \Rightarrow h(-2) = 4 \end{cases}$  và có bảng biến thiên:

|         |           |      |     |           |                               |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-------------------------------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $0$       | $+\infty$                     |
| $h'(x)$ | +         | 0    | -   | 0         | +                             |
| $h(x)$  | $-\infty$ | 4    | 0   | $+\infty$ | $y = c$<br>$y = b$<br>$y = a$ |

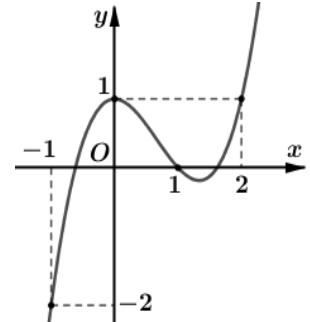
Khi đó, ta có:

- $h(x) = x^3 + 3x^2 = a < 0$ : có 1 nghiệm đơn  $< -2$ .
- $h(x) = x^3 + 3x^2 = b \in (0; 4)$ : có 3 nghiệm đơn khác 0 và khác  $-2$ .
- $h(x) = x^3 + 3x^2 = c > 4$ : có 1 nghiệm đơn  $> 0$ .

Do đó  $g'(x) = 0$  có 7 nghiệm đơn phân biệt  $\Rightarrow$  hàm số  $g(x)$  có 7 điểm cực trị. **Chọn đáp án C.**

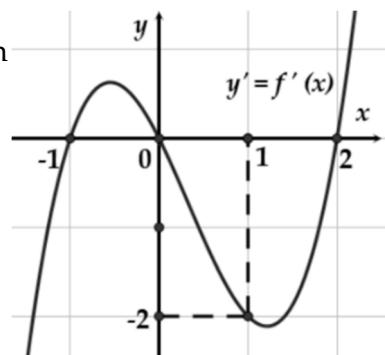
#### Bài tập mở rộng

**46.1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(x)$  như hình bên dưới. Hàm số  $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 2$  đạt cực đại tại điểm



- A.  $x = 1$ .
- B.  $x = -1$ .
- C.  $x = 0$ .
- D.  $x = 2$ .

**46.2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị  $y = f'(x)$  như hình. Xét hàm số  $g(x) = 3f(x^2 - 2) + \frac{3}{2}x^4 - 3x^2$ . Hàm số  $g(x)$  đạt cực đại tại điểm



- A.  $x = 0$ .
- B.  $x = 1$ .
- C.  $x = -1$ .
- D.  $x = 2$ .

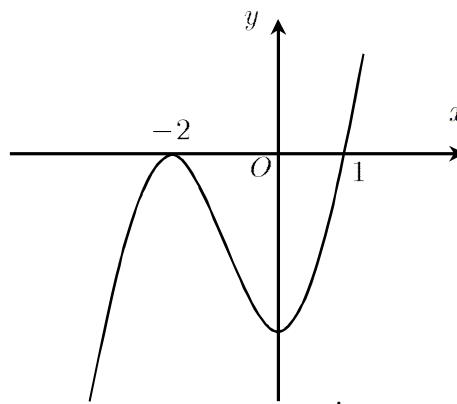
**46.3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(3x + 5)$  như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng

A.  $\left(-\frac{7}{3}; +\infty\right)$ .

B.  $(-\infty; 10)$ .

C.  $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$ .

D.  $(-\infty; 8)$ .



**46.4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và biết bảng xét dấu của  $y = f'(3 - 2x)$  là

|              |   |                |               |   |   |           |   |
|--------------|---|----------------|---------------|---|---|-----------|---|
| $x$          | - | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{5}{2}$ | 3 | 4 | $+\infty$ |   |
| $f'(3 - 2x)$ | - | 0              | +             | 0 | - | 0         | + |

Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

**46.5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 4x^3 + 2x$  và  $f(0) = 1$ . Số điểm cực tiểu của hàm số  $g(x) = f^3(x^2 - 2x - 3)$  là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

**46.6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và bảng biến thiên

|         |   |      |     |           |
|---------|---|------|-----|-----------|
| $x$     | - | $-2$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | - | 0    | +   | 0         |

Hàm số  $g(x) = 15f(-x^4 + 4x^2 - 6) + 10x^6 - 15x^4 - 60x^2$  đạt cực tiểu tại  $x_\circ < 0$ . Chọn mệnh đề **đúng**?

A.  $x_\circ \in \left(-\frac{5}{2}; -2\right)$ .

B.  $x_\circ \in \left(-2; -\frac{3}{2}\right)$ .

C.  $x_\circ \in \left(-\frac{3}{2}; -1\right)$ .

D.  $x_\circ \in (-1; 0)$ .

- 46.7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và bảng biến thiên bên dưới. Xét hàm số  $g(x) = e^{3f(2-x)+1} + 3^{f(2-x)}$ . Số điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = g(|x|)$  là

|         |           |    |   |   |           |
|---------|-----------|----|---|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | -1 | 1 | 4 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | -         | 0  | + | 0 | -         |

- A. 2.  
B. 3.  
C. 7.  
D. 5.

- 46.8.** Có mấy giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$  có năm điểm cực trị.

- A. 26.  
B. 16.  
C. 27.  
D. 44.

**Câu 47.** Có bao nhiêu cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa  $0 \leq x \leq 2020$  và  $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y$  ?

- A. 2019.                    B. 6.                    C. 2020.                    D. 4.

#### Lời giải tham khảo

Ta có  $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y \Leftrightarrow \log_3(x+1) + (x+1) = \log_3 3^{2y} + 3^{2y} \Leftrightarrow f(x+1) = f(3^{2y})$ .

Xét hàm số  $f(t) = \log_3 t + t$  có  $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$  nên hàm số  $f(t)$  đồng biến.

Suy ra  $f(x+1) = f(3^{2y}) \Leftrightarrow x+1 = 3^{2y} \Leftrightarrow x = 9^y - 1$  và ứng với  $y \in \mathbb{Z}$  thì  $x \in \mathbb{Z}$ .

Vì  $0 \leq x \leq 2020 \Rightarrow 0 \leq 9^y - 1 \leq 2020 \Leftrightarrow 1 \leq 9^y \leq 2021 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \log_9 2021 \approx 3,46$

Do  $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{0; 1; 2; 3\}$ . Vậy có 4 cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa bài toán.

**Chọn đáp án D.**

#### Bài tập mở rộng

- 47.1.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + x - 2^m$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f(f(x)) = x$  có nghiệm trên  $[1; 2]$ .

- A. 0.  
B. 4.  
C. 2.  
D. 3.

- 47.2.** Cho phương trình  $\log_3 \frac{2x^2 - x + m}{x^2 + 1} = x^2 + x + 4 - m$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in [-2018; 2018]$  để phương trình có hai nghiệm trái dấu ?

- A. 2022.
- B. 2021.
- C. 2016.
- D. 2015.

47.3. Có bao nhiêu số nguyên  $m$  để phương trình  $\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x + 2 - m$  có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

- A. 3.
- B. Vô số.
- C. 2.
- D. 4.

47.4. Tìm các giá trị thực của  $m$  để phương trình  $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m)2^{x-2} = 2^{x+1} + 1$  có một nghiệm duy nhất.

- A.  $m \in (-\infty; 4]$ .
- B.  $m \in [8; +\infty)$ .
- C.  $m \in (4; 8)$ .
- D.  $m \in (-\infty; 4) \cup (8; +\infty)$ .

47.5. Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $2018^{2(x^2-y+1)} = \frac{2x+y}{(x+1)^2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = 2y - 3x$ .

- A.  $P_{\min} = \frac{1}{2}$ .
- B.  $P_{\min} = \frac{7}{8}$ .
- C.  $P_{\min} = \frac{3}{4}$ .
- D.  $P_{\min} = \frac{5}{6}$ .

47.6. Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $(xy - 1) \cdot 2^{2xy-1} = (x^2 + y) \cdot 2^{x^2+y}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $y$ .

- A.  $y_{\min} = \frac{3}{7}$ .
- B.  $y_{\min} = 2$ .
- C.  $y_{\min} = \frac{9}{4}$ .
- D.  $y_{\min} = \frac{4\sqrt{3}}{3} - 1$ .

47.7. Cho  $x, y > 0$  thỏa  $2^{y^2} \left[ \log_2(x^2 + 1) - \log_2(2 - y^2) + 2^{x^2} \right] \leq 2$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = |2(x + y) - 1|$  bằng

A.  $2\sqrt{2} - 1$ .

B.  $\frac{2\sqrt{2} + 1}{2}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{4 - \sqrt{2}}{4}$ .

**47.8.** Cho  $x, y > 0$  thỏa  $2xy + \log_2(xy + x)^x = 8$ . Giá trị nhỏ nhất của  $P = x^2 + y$  bằng

A.  $4\sqrt[3]{3} - 3$ .

B.  $2\sqrt{3} - 1$ .

C.  $\frac{14\sqrt{3} - 10}{7}$ .

D.  $3\sqrt[3]{4} - 1$ .

**Câu 48.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa  $xf(x^3) + f(1 - x^2) = -x^{10} + x^6 - 2x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Khi

đó  $\int_{-1}^0 f(x)dx$  bằng

A.  $-\frac{17}{20}$ .

B.  $-\frac{13}{4}$ .

C.  $\frac{17}{4}$ .

D.  $-1$ .

### Lời giải tham khảo

Ta có  $xf(x^3) + f(1 - x^2) = -x^{10} + x^6 - 2x \Rightarrow x^2f(x^3) + xf(1 - x^2) = -x^{11} + x^7 - 2x^2$ .

Lấy tích phân hai vế cận từ 0 đến 1, ta được:

$$\int_0^1 x^2f(x^3)dx + \int_0^1 xf(1 - x^2)dx = \int_0^1 (-x^{11} + x^7 - 2x^2)dx = -\frac{5}{8} \Leftrightarrow A + B = -\frac{5}{8}.$$

Tìm  $A$  ? Đặt  $t = x^3 \Rightarrow dt = 3x^2dx \Rightarrow A = \int_0^1 \frac{1}{3}f(t)dt = \frac{1}{3} \int_0^1 f(x)dx$ .

Tìm  $B$  ? Đặt  $t = 1 - x^2 \Rightarrow dt = -2xdx \Rightarrow B = \int_0^1 \frac{1}{2}f(t)dt = \frac{1}{2} \int_0^1 f(x)dx$ .

Suy ra  $\frac{1}{3} \int_0^1 f(x)dx + \frac{1}{2} \int_0^1 f(x)dx = -\frac{5}{8} \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = -\frac{3}{4}$  (\*)

Lấy tích phân hai vế cận từ  $-1$  đến 0, ta được:

$$\int_{-1}^0 x^2f(x^3)dx + \int_{-1}^0 xf(1 - x^2)dx = \int_{-1}^0 (-x^{11} + x^7 - 2x^2)dx = -\frac{17}{24} \Leftrightarrow C + D = -\frac{17}{24}.$$

Tìm  $C$  ? Đặt  $t = x^3 \Rightarrow dt = 3x^2dx \Rightarrow C = \int_{-1}^0 \frac{1}{3}f(t)dt = \frac{1}{3} \int_{-1}^0 f(x)dx$ .

Tìm  $D$ ? Đặt  $t = 1 - x^2 \Rightarrow dt = -2x dx \Rightarrow B = \int_0^1 \frac{1}{2} f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx.$

Suy ra  $\frac{1}{3} \int_{-1}^0 f(x) dx - \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx = -\frac{17}{24} \xrightarrow{(*)} \frac{1}{3} \int_{-1}^0 f(x) dx + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = -\frac{17}{24} \Leftrightarrow \int_{-1}^0 f(x) dx = -\frac{13}{4}.$

**Chọn đáp án B.**

**Bài tập mở rộng**

**48.1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ , thỏa  $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$ . Tích phân

$$I = \int_{0,5}^2 \frac{f(x)}{x} dx \text{ bằng}$$

- A.  $\frac{3}{2}$ .
- B. 2.
- C. 3.
- D.  $\frac{5}{2}$ .

**48.2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ , thỏa  $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$ .

$$\text{Tích phân } I = \int_{0,5}^2 \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx \text{ bằng}$$

- A.  $\frac{3}{2}$ .
- B. 2.
- C. 3.
- D.  $\frac{5}{2}$ .

**48.3.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(x^2 + 2x) = e^x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tính  $I = \int_0^3 f(x) dx$  bằng

- A.  $\frac{e^3 - 1}{2}$ .
- B.  $2e^2$ .
- C.  $2e$ .
- D.  $e^3 - 1$ .

**48.4.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(x^5 + 4x + 3) = 2x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tính  $I = \int_{-2}^8 f(x) dx$ .

- A. 2.
- B.  $\frac{32}{3}$ .
- C. 10.
- D. 0,5.

**48.5.** Cho  $y = f(x)$  là hàm số liên tục thỏa mãn  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ (f(x))^2 - 2f(x)(\sin x - \cos x) \right] dx = 1 - \frac{\pi}{2}$ . Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ .

- A.  $I = 1$ .
- B.  $I = 0$ .
- C.  $I = 2$ .
- D.  $I = -1$ .

**48.6.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x f(\cos^2 x) dx = 2$  và  $\int_e^{e^2} \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} dx = 2$ .

Giá trị của tích phân  $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(2x)}{x} dx$  bằng

- A. 0.
- B. 1.
- C. 4.
- D. 8.

**48.7.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x f(\cos^2 x) dx = \int_1^8 \frac{f(\sqrt[3]{x})}{x} dx = 6$ . Tính tích

phân  $\int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2}} \frac{f(x^2)}{x} dx$ .

- A. 4.
- B. 6.
- C. 7.
- D. 10.

**48.8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f'(0) \neq 0$  và thỏa mãn hệ thức  $f(x).f'(x) + 18x^2 = (3x^2 + x)f'(x) + (6x + 1)f(x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Biết  $\int_0^1 (x+1)e^{f(x)} dx = a.e^2 + b$ , với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Giá trị của  $a - b$  bằng

- A. 1.
- B. 2.
- C. 0.
- D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 49.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $SBA = SCA = 90^\circ$ ,  $AB = a$ , góc giữa  $(SAB)$  và  $(SAC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.  $a^3$ .      B.  $\frac{a^3}{3}$ .      C.  $\frac{a^3}{2}$ .      D.  $\frac{a^3}{6}$ .

## *Lời giải tham khảo*

Vì tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  và  $\angle B = \angle C$ , ta có  $BI \perp SA \Rightarrow CI \perp SA$  và  $IB = IC \Rightarrow SA \perp (IBC)$ .

$$\text{Ta có: } V_{S.ABC} = V_{AIBC} + V_{S.IBC} = \frac{1}{3} S_{\Delta IBC} \cdot AI + \frac{1}{3} S_{\Delta IBC} \cdot SI = \frac{1}{3} (AI + SI) \cdot S_{\Delta IBC} = \frac{1}{3} S_{\Delta IBC} \cdot SA.$$

Mà  $\widehat{((SAB),(SAC))} = \widehat{(IB, IC)} \Rightarrow \widehat{(IB, IC)} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BIC} = 60^\circ$  hoặc  $\widehat{BIC} = 120^\circ$ .

Nếu  $\widehat{BIC} = 60^\circ$  và có  $IB = IC$  nên  $\DeltaIBC$  đều, mà  $IB = IC < AB = a = BC = a\sqrt{2}$ : vô lý.

Do đó  $\widehat{BIC} = 120^\circ$ .

Áp dụng định lí hàm cos trong tam giác *IBC* có:

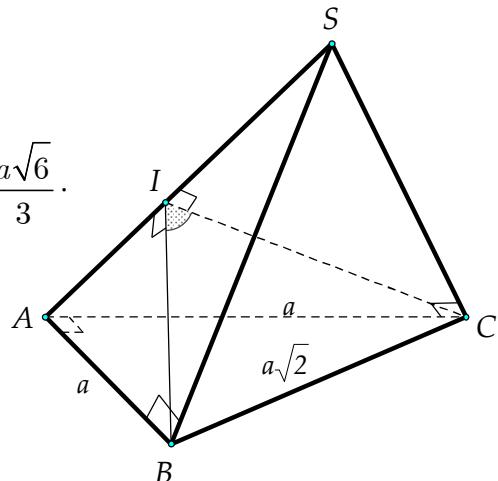
$$BC^2 = IB^2 + IC^2 - 2IB \cdot IC \cos 120^\circ \xrightarrow[\substack{IB=IC \\ BC=a\sqrt{2}}]{} IB = IC = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Tam giác  $AIB$  vuông tại  $I \Rightarrow AI = \sqrt{AB^2 - IB^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

Tam giác  $SAB$  vuông tại  $B$ , có đường cao  $BI$

$$\Rightarrow AB^2 = IA \cdot SA \Rightarrow SA = a\sqrt{3}.$$

Vậy  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\DeltaIBC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot IB \cdot IC \cdot \sin 120^\circ \right) = \frac{a^3}{6}$ . **Chọn đáp án D.**



### Bài tập mở rộng

**49.1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ ,  $AB = 2a$  và góc giữa đường thẳng  $AB$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.**  $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

**B.**  $\frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$

**C.**  $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$

**D.**  $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$

**49.2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SA$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(MBC)$  bằng  $\frac{6a}{7}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng

A.  $\frac{5\sqrt{3}a^3}{12}$ .

B.  $\frac{5\sqrt{3}a^3}{6}$ .

C.  $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ .

D.  $\frac{7\sqrt{3}a^3}{12}$ .

- 49.3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ ,  $SB > 2a$  và  $\widehat{ABC} = \widehat{BAS} = \widehat{BCS} = 90^\circ$ . Sin của góc giữa đường thẳng  $SB$  và  $(SAC)$  bằng  $\frac{\sqrt{11}}{11}$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

A.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .

- 49.4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = 1$ ,  $AD = \sqrt{10}$ ,  $SA = SB$ ,  $SC = SD$ . Biết mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  vuông góc nhau, đồng thời tổng diện tích của hai tam giác  $SAB$  và  $SCD$  bằng 2. Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng

A. 2.

B. 1.

C.  $\frac{3}{2}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

- 49.5.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ , tam giác  $SBA$  vuông tại  $B$ , tam giác  $SAC$  vuông tại  $C$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ .

B.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .

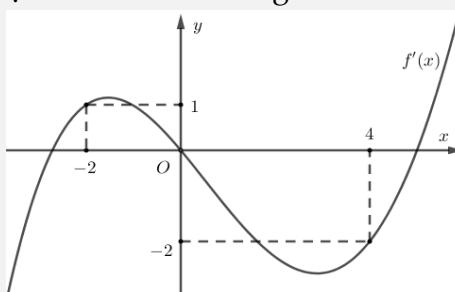
C.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .

D.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .

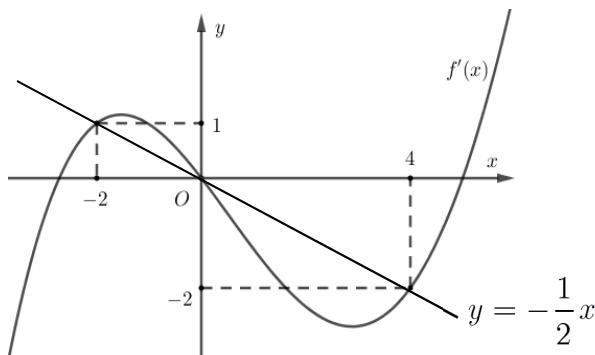
- 49.6.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều,  $SC = SD = a\sqrt{3}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng
- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .  
 B.  $\frac{a^3}{6}$ .  
 C.  $a^3\sqrt{2}$ .  
 D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .
- 49.7.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành thoả mãn  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ ,  $BC = 2a$ . Biết tam giác  $SBC$  cân tại  $S$ , tam giác  $SCD$  vuông tại  $C$  và khoảng cách từ  $D$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A.  $\frac{2a^3}{3\sqrt{5}}$ .  
 B.  $\frac{a^3}{3\sqrt{5}}$ .  
 C.  $\frac{a^3}{3\sqrt{3}}$ .  
 D.  $\frac{a^3}{\sqrt{5}}$ .
- 49.8.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có mặt phẳng  $(SAC)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SAB$  là tam giác đều cạnh  $a\sqrt{3}$ ,  $BC = a\sqrt{3}$  đường thẳng  $SC$  tạo với mặt phẳng  $(ABC)$  góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng
- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .  
 B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .  
 C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .  
 D.  $2a^3\sqrt{6}$ .

**Câu 50.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số  $g(x) = f(1 - 2x) + x^2 - x$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A.  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .  
 B.  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ .  
 C.  $(-2; -1)$ .  
 D.  $(2; 3)$ .



**Lời giải tham khảo**



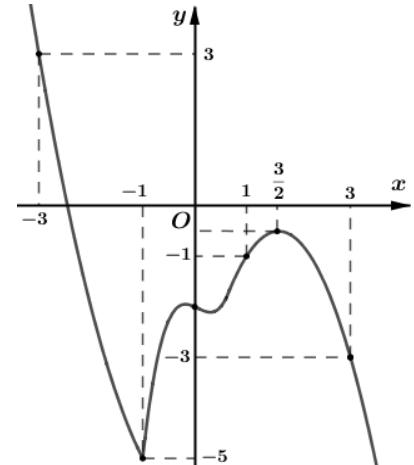
Hàm số  $g(x)$  nghịch biến  $\Rightarrow g'(x) = -2f'(1-2x) + 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) > -\frac{1}{2}(1-2x)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 1-2x < 0 \\ 1-2x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Chọn đáp án A.}$$

**Bài tập mở rộng**

**50.1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(x)$  như hình bên dưới. Hỏi hàm số

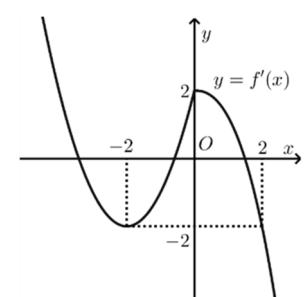
$g(x) = f(1-x) + \frac{x^2}{2} - x$  nghịch biến trên khoảng nào ?



- A.  $(-3; 1)$ .
- B.  $(-2; 0)$ .
- C.  $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$ .
- D.  $(1; 3)$ .

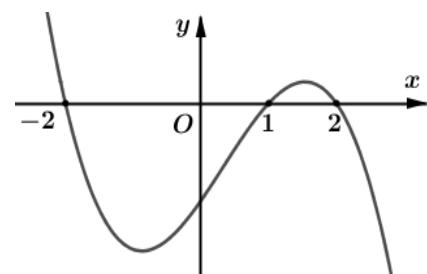
**50.2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Hàm số  $y = f(x-1) + x^2 - 2x$  đồng biến trên khoảng

- A.  $(1; 2)$ .
- B.  $(-1; 0)$ .
- C.  $(0; 1)$ .
- D.  $(-2; -1)$ .



**50.3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(3x-1)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng

- A.  $(-\infty; -6)$ .
- B.  $(1; 5)$ .
- C.  $(2; 6)$ .
- D.  $(-\infty; -7)$ .



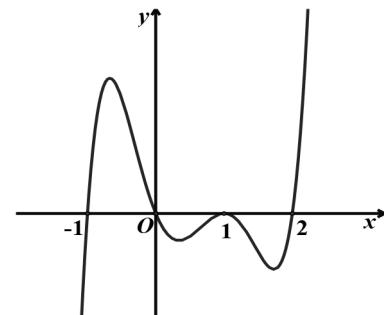
- 50.4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và bảng biến thiên bên dưới. Xét hàm số  $g(x) = e^{3f(2-x)+1} + 3^{f(2-x)}$ . Số điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = g(|x|)$  là

|         |    |    |   |   |    |
|---------|----|----|---|---|----|
| $x$     | −∞ | −1 | 1 | 4 | +∞ |
| $f'(x)$ | −  | 0  | + | 0 | −  |

- A. 2.
- B. 3.
- C. 7.
- D. 5.

- 50.5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(x)$  như hình bên dưới. Hàm số  $g(x) = 2019^{2020-2f(x)+2f^2(x)-f^3(x)}$  nghịch biến trên khoảng

- A.  $(-2; 0)$ .
- B.  $(0; 1)$ .
- C.  $(1; 2)$ .
- D.  $(2; 3)$ .



- 50.6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và bảng xét dấu của đạo hàm:

|         |    |    |   |   |   |    |
|---------|----|----|---|---|---|----|
| $x$     | −∞ | −1 | 1 | 2 | 5 | +∞ |
| $f'(x)$ | +  | 0  | − | 0 | + | 0  |

Hàm số  $g(x) = 3f(x+3) - x^3 + 12x$  nghịch biến trên khoảng

- A.  $(-\infty; -1)$ .
- B.  $(-1; 0)$ .
- C.  $(0; 2)$ .
- D.  $(2; +\infty)$ .

- 50.7.** Cho đa thức  $f(x)$  hệ số thực và thỏa mãn điều kiện  $2f(x) + f(1-x) = x^2$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = 3xf(x) + x^2 + 4x + 1$  đồng biến trên khoảng

- A.  $(-\infty; -1)$ ,  $(-1; +\infty)$ .
- B.  $(0; +\infty)$ .
- C.  $(-\infty; +\infty)$ .
- D.  $(-\infty; 0)$ .

- 50.8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x+2)(x^2+mx+5)$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Số giá trị nguyên âm của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(x^2+x-2)$  đồng biến trên  $(1; +\infty)$  là

- A. 3.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 7.